

IT 実習 数値計算実習課題その 1

joho04 野尻野 真栄

2010 年 7 月 15 日 提出

1 慣性系における、中心星と惑星間の運動方程式

中心星の質量を m_1 、惑星の質量を m_2 、中心星の位置ベクトルを \mathbf{r}_1 、惑星の位置ベクトルを \mathbf{r}_2 、相対ベクトルを $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ 、万有引力定数を G とする。このとき、重力を及ぼしあう二天体の運動、中心星、惑星それぞれに関して成り立つ運動方程式は

$$m_1 \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (1)$$

$$m_2 \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r} \quad (2)$$

である。

よって (1) 式と (2) 式の差をとると

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -G \frac{(m_1 + m_2)}{r^3} \mathbf{r} \quad (3)$$

となり、求める式が導出される。

2 成分に分解

1 を成分 x , y に分解する。

$\mathbf{r} = (x, y)$ 、 $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ であることから

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} x \quad (4)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} y \quad (5)$$

となる。