

数値計算実習課題その1 (6/25 日出題分)

船津圭佑 joh02

2010年7月12日

課題1. 慣性系において中心星と惑星の間に成り立つ運動方程式を考える
質量が中心星 m_1 惑星 m_2 となる惑星系の相対座標, 相対速度を $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ とおくと

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{d\vec{v}_2}{dt} - \frac{d\vec{v}_1}{dt} \\ &= -\frac{Gm_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \frac{Gm_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\ &= -\frac{G(m_1 + m_2)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\ &= -\frac{G(m_1 + m_2)}{|\vec{r}|^3}(\vec{r})\end{aligned}$$

以上から

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{|\vec{r}|^3}(\vec{r})$$

課題2. 二天体が同一平面上を運動しているとする。相対ベクトル $\vec{r} = (x, y)$ に対して速度を

$$\begin{aligned}\vec{v} &= (v_x, v_y) = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) \text{ と定義する} \\ |\vec{r}| &= \sqrt{x^2 + y^2} \text{ なので} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}}(x, y) \\ &\text{である、よって} \\ \frac{dv_x}{dt} &= \frac{d^2r_x}{dt^2} = -\frac{G(m_1 + m_2)x}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \frac{dv_y}{dt} &= \frac{d^2r_y}{dt^2} = -\frac{G(m_1 + m_2)y}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}}\end{aligned}$$

となる