

# 課題その1

joho02 郭雨佳

## 問1

$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  とおくと、中心星の運動方程式は

$$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (1)$$

惑星の運動方程式は

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (2)$$

(1) を  $m_1$  で、(2) を  $m_2$  でそれぞれ割って

$$\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = G \frac{m_2}{r^3} \vec{r} \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -G \frac{m_1}{r^3} \vec{r} \quad (4)$$

(4) から (3) を引いて

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} - \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} &= -G \frac{m_1}{r^3} \vec{r} - G \frac{m_2}{r^3} \vec{r} \\ \implies \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} &= -G \frac{m_1 + m_2}{r^3} \vec{r} \end{aligned} \quad (5)$$

となり、導出終了。さらに (5) に  $m_2$  をかけて

$$m_2 \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G \frac{(m_1 + m_2) m_2}{r^3} \vec{r} \quad (6)$$

(6) は中心星が座標原点に静止していて、その質量が  $m_1 + m_2$  になった場合の惑星の運動を表している。

## 問2

$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$  に注意して、(5) を成分表示する。

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} x \quad (7)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = -G \frac{m_1 + m_2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} y \quad (8)$$

(7) と (8) が求める式である。