

第15章 中緯度大気の東西平均循環

この章の焦点は、温帯対流圏の東西平均した構造と循環である。強い東西対称性、特に傾圧渦もしくはより簡単には天気、があるためにもし渦が全く発達しなかった場合に存在する東西対称循環とこの循環は著しく異なる。14章で議論したハドレーセルの角運動量保存モデルは東西対称循環の一例であるが、このことは乱流的な大気における東西平均循環とは非常に異なるだろう。詳しく説明していく。

大規模な海洋循環や低緯度の大気循環のいくつかの側面を学ぶときに、まるで完全に安定で渦が擾動的な効果のみをもつかのように大規模流れを扱うことで非常に大きな進歩を生むことができる。けれども中緯度の大気に対してこのアプローチは上手くない。つまり中緯度の大規模な循環は、関連する渦が本質的に循環である程度まで大規模であれば本質的に不安定である。渦もまた予測不可能でカオスである。つまり中緯度の大規模な大気循環は乱流である。この乱流は大規模で地衡流平衡と静力学平衡にある流れであり、つまりそれは地衡流乱流であり、よって

15.1 地表面の西風と順圧ジェットの維持

15.1.1 観測と動機

地表面直上の大気は一般的に東風であり、各半球の緯度 40° 付近での地表面から高度約 10 km に幅広く最大値をとる。しかし、もし図 14.2 (a) にある東西平均流にもう少し目を向けるならば、そこに二つのジェットがあることの手掛かりがわかる。一つは 30° 付近の温帯ジェットと、もう一つは特に南半球にあるその風の幾分か極方向のものである。図 15.1 にあるように東西平均をとらないとき、そのようなジェットが全体のうちある領域に特に顕著である。温帯ジェットはハドレーセルの端での強い南北温度勾配と関係づけられており、非常に傾圧的である。一方で、中緯度ジェット(時々亜寒帯ジェットと呼ばれる)はより順圧的であり(少ししか鉛直構造をもたず温帯ジェットよりも弱いシアーをもつ)、地表面での東風の上にある。

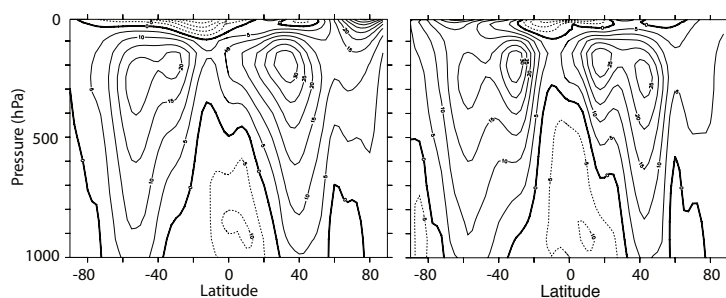


Fig. 15.1

図 15.1: (ミッドパシフィックにおける) 150°W における時間平均した東西風. それぞれの期間は 12, 1, 2 月 (左図), 3, 4, 5 月 (右図) である. 等値線の間隔は 5 ms^{-1} である. 各半球に二つのジェット, 温帯にあるものと中緯度にあるもの, があることに注意せよ. 温帯ジェットは強い南北温度勾配と関係づけられ, 一方で中緯度の渦駆動のジェットはより強い順圧成分をもち, 地表面における西風と関係づけられる.

この風は摩擦の効果を感じ, よって図 14.2 にあるようにこの領域へ運動量の収束があるにちがいない. この運動量の収束はほとんどが一時的な渦において生じることがわかり, ジェットは渦駆動ジェットとして知られる. 渦は傾圧不安定の生産物であるけれども, 順圧力学にはジェット形成の重量なメカニズムが存在し, よって始めに回転球体の表面上の二次元乱流においてどのように東向きジェットが維持されるのかを考えよう.

順圧の乱流において β がゼロでないならば 12.1 節で示したように東から西へジェットが変わることが維持される. けれどもその場合は一様であり, ジェットの特定の方向に対して好みの緯度がなかったのに対して, 大気には hohoghe.

15.1.2 ジェット形成のメカニズム

I. 渦度の収支

II. ロスビー波と運動量フラックス

上では強制によって平均流が形成されるメカニズムにおいて渦度の平均勾配が重要な成分であることがわかった. そうすると, ロスビー波が励起されることを予期し, 今ロスビー波が平均流を維持する運動量フラックスとどのように密に関係づけられるのかを見ていく.

もし中緯度に強制があるならば、そのときそこでロスビー波が形成されて伝播し、砕け散逸するということを予期する。波が準線形で相互作用しない範囲では、そのとき生成領域から単に離れていく波はそれぞれ、

$$\psi = \text{Re } C e^{i(kx+ly-\omega t)} = \text{Re } C e^{i(kx+ly-ckt)}, \quad (15.5)$$

の形をもつ。ここで C は一定である。さらに東西流に南北シアーがないとすると、波は分散関係、

$$\omega = ck = \bar{u}k - \frac{\beta k}{k^2 + l^2} \equiv \omega_R, \quad (15.6)$$

をもつ。群速度の南北成分は、

$$c_g^y = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{2\beta kl}{(k^2 + l^2)^2}, \quad (15.7)$$

で与えられる。今、群速度の方向は生成領域から離れていく向きであるに違いない。これは射出条件 (次の小節で議論される) であり、ロスビー波が擾乱から離れてエネルギーを輸送するという必要条件から要求される。したがってソースの北側では kl が正、ソースの南側では kl が負である。積 kl が正もしくは負であるということが生じるのは、各 k に対して分散関係式 (15.6) を満たす二つの l の可能値、つまり、

$$l = \pm \left(\frac{\beta}{\bar{u} - c} - k^2 \right)^{1/2}, \quad (15.8)$$

があるからである。ここで括弧内の量が正であると仮定した。

ロスビー波と関係づけられる速度擾乱は、

$$u' = -\text{Re } C i l e^{i(kx+ly-\omega t)}, \quad v' = -\text{Re } C i k e^{i(kx+ly-\omega t)}, \quad (15.9a,b)$$

であり、関係づけられる運動量フラックスは、

$$\overline{u'v'} = -\frac{1}{2} C^2 kl, \quad (15.10)$$

である。したがって kl の符号が群速度によって決定づけられるのであれば、ソースの北側ではロスビー波と関係づけられる運動量フラックスは南向き (つまり $\overline{u'v'}$ が負) であり、ソースの南側では運動量フラックスは北向き (つまり $\overline{u'v'}$ が正) である。つまり、ロスビー波と関係づけられる運動量フラックスは生成領域へ向かっている。強制領域における運動量収束は、そこで正味東向きの流れを形成し、その外側では西向きの流れを形成する (図 15.3)。

同じ効果を示すもう一つの方法は、もし kl が正ならばそのとき同位相線 ($kx+ly = \text{constant}$) が北西/南東に傾くことに注意することであり、そのような擾乱に係す

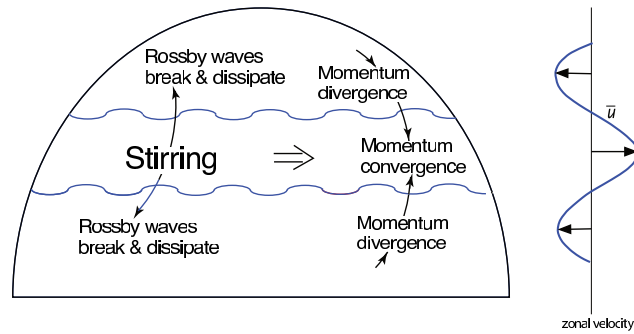


Fig. 15.3

図 15.3: 回転球面上での東西流形成. 中緯度での強制 (傾圧渦) がロスビー波を形成し, それは離れていく. 強制領域における運動量収束がそこで東向きの流れを形成し, その外側では西向きの比較的弱い流れを形成する.

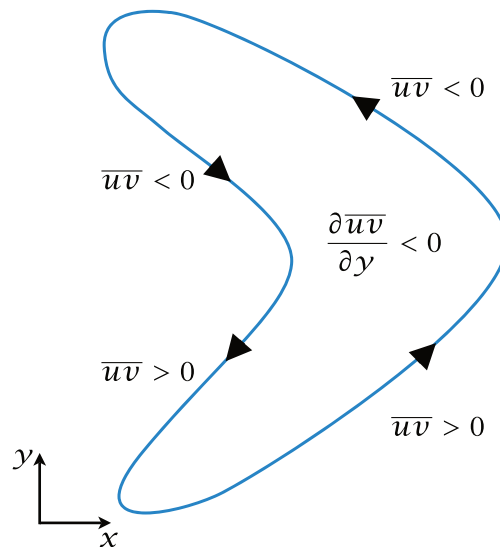


Fig. 15.4

図 15.4: 物理空間における運動量輸送, これはロスビー波が中緯度のソースから離れて伝播することで生じる. 図に示されるように, 結果として生じる弓状の渦が運動量収束の原因である. もし弓が反転しても運動量輸送は依然として同じ符号をもつ.

る運動量フラックスは負 ($\overline{u'v'} < 0$) である. 同様に, もし kl が負ならばそのとき同位相線が北東/南西に傾き, 関係する運動量フラックスは正 ($\overline{u'v'} > 0$) である. 最終結果は生成領域への運動量フラックスの収束である. 図 15.4 にあるように, 物理空間において弓状の渦をもつことでこれが反映される.

◆ 射出条件とレイリー摩擦

なぜ群速度が生成領域から離れた方を向いているのか？ なぜならエネルギーフラックスが群速度で伝播しているからであり、エネルギーフラックスは生成領域から離れた方を向いているに違いない。その文に気楽な読者はここで止まることができる。(6.7 節の群速度について見よ。) 群速度の方向を決定づけるもう一つの方法は、波の伝播の問題において共通の細工をすることであり、非粘性問題に小さな摩擦を追加することである。^{*1} 小さな摩擦の極限において結果として生じる問題の解は、しばしばどの解が物理的に意味があるかをはっきりとさせることがあり、それゆえどの解の性質を選ぶのかをはっきりとさせる。線形摩擦をもつ線形の順圧渦度方程式、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -r\zeta, \quad (15.11)$$

を考えよう。ここで r は小さな摩擦係数である。分散関係式は、

$$\omega = -\frac{\beta k}{K^2} - ir = \omega_R(k, l) - ir, \quad (15.12)$$

である。ここで ω_R は $\bar{u} = 0$ が与えられた (15.6) によって定義され、よって波は時間とともに減衰する。今、ある領域で波が形成されるとし、南北方向へ離れて伝播し、離れていくと減衰すると仮定する。それから虚数の振動数の代わりに振動数は実数で y 方向の波数は虚数であると仮定することができる。特に $l = l_0 + l'$ とし、ここで (15.8) にあるようにある東西波数 k に対して $l_0 = \pm [\beta/(\bar{u} - c) - k^2]^{1/2}$ であり、 $\omega = \omega_R(k, l_0)$ である。小さな摩擦に対しては、分散関係式をその非粘性値 $\omega_R(k, l_0)$ の周りで Taylor 展開することで l' を得る。つまり、

$$\omega + ir = \omega_R(k, l) \approx \omega_R(k, l_0) + \left. \frac{\partial \omega_R(k, l)}{\partial l} \right|_{l=l_0} l', \quad (15.13)$$

であり、それゆえ、

$$l' = \frac{ir}{c_g^y}, \quad (15.14)$$

を得る。ここで $c_g^y = \partial_l \omega_R(k, l)|_{l=l_0}$ は群速度の y 成分である。波数は虚数であり、よって波は y 方向に成長するか減衰するかのどちらか一方であり、波の解は、

$$\psi \approx \text{Re } C \exp [i(kx - \omega_R t)] \exp(il_0 y - ry/c_g^y), \quad (15.15)$$

に従う。今、ソースから離れると解が減衰することを要求する。なぜなら、我々は r を好きなだけ小さいとする場合でさえも他の選択肢は明らかに物理的でないからである。したがって、 $y = 0$ にソースがあると、 c_g^y は正の y に対しては正であり、負の y に対しては負である。言い換えると、群速度は生成領域から離れる方を向いており、よって生成領域上で運動量フラックスが収束する。

^{*1}[原文脚注 3] このテクニックは Lighthill (1965) に書き留められている。彼はその考えが Rayleigh に帰することを述べた。

III. 擬運動量収支

非発散二次元流れに対する渦度フラックスと運動量フラックスの間の運動学的関係式は,

$$v\zeta = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (v^2 - u^2) - \frac{\partial}{\partial y} (uv), \quad (15.16)$$

である. この式を東西平均した後に,

$$\overline{v'\zeta'} = -\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \quad (15.17)$$

を得る. ここで二次元非圧縮流れ (もしくは地衡流) に対して $\bar{v} = 0$ であることに注意する. 球座標系においてこの表現は,

$$\overline{v'\zeta'} \cos \theta = -\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos^2 \theta \overline{u'v'}), \quad (15.18)$$

となる. もし (15.17) から (15.18) のどちらか一方を y に関して二つの静止緯度の間で積分すると, そのときそれらの右辺は消える. つまり緯度に渡って積分すると東西平均した南北方向の渦度フラックスが消える.

今, 順圧の東西方向の運動流方程式は (水平方向に非発散の流れに対して),

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} - fv = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + F_u - D_u, \quad (15.19)$$

である. ここで F_u と D_u はある強制と散逸の効果を表す. ここで $\bar{v} = 0$ で東西平均すると,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} + \bar{F}_u - \bar{D}_u, \quad \text{もしくは} \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{v'\zeta'} + \bar{F}_u - \bar{D}_u, \quad (15.20)$$

を得る. ここで (15.17) を用いた. したがって東西平均した風が東西平均した渦度フラックスによって維持される. もし水平方向の運動量の直接的な強制があるならば平均では小さく, $\bar{F}_u = 0$ とする. そしてもし散逸は線形摩擦としてパラメタ化されると, (15.20) は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{v'\zeta'} - r\bar{u}, \quad (15.21)$$

となる. ここで定数 r は摩擦時定数の逆数である.

今, この渦度フラックスの維持を考えよう. 順圧渦度方程式は, v

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \zeta + v\beta = F_\zeta - D_\zeta, \quad (15.22)$$

である. ここで F_ζ と D_ζ は渦度の強制と散逸である. 平均東西流の周りで線形化するすると,

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \gamma v' = F'_\zeta - D'_\zeta, \quad (15.23)$$

を得る. ここで,

$$\gamma = \beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (15.24)$$

は絶対渦度の南北勾配である. *2 (我々はこの物理量を示すためには β^* よりもむしろ γ を用いる. なぜなら議論が層モデルへ拡張されるからである. ここで $\gamma = \partial \bar{q} / \partial y$ である.) 今 \bar{u}_{yy} が β と比べて小さい, もしくはゆっくりとだけ変化すると仮定し, (15.23) に ζ' / γ を掛けて東西平均すると, 擬運動量方程式,

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + \overline{v' \zeta'} = \frac{1}{\gamma} (\overline{\zeta' F'_\zeta} - \overline{\zeta' D'_\zeta}), \quad (15.25)$$

を形成する. ここで,

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2\gamma} \overline{\zeta'^2}, \quad (15.26)$$

は波の活動度密度であり, この問題に対する擬運動量と等しい (10.2 節と, 関係のある議論に対する (10.29b) を見よ). もし平均絶対渦度が北向きに単調増加するならば, パラメータ γ は正であり, これは大抵北半球と南半球における場合である.

強制と散逸がない場合, (15.21) と (15.25) は平均流と擬運動量の変化の間にある重要な関係, つまり,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = 0, \quad (15.27)$$

*2(15.23), (15.24) を導出する. 以下の物理量を用いて (15.22) を書き換える:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + u', & v &= v', & \zeta &= \bar{\zeta} + \zeta', \\ F_\zeta &= \bar{F}_\zeta + F'_\zeta, & D_\zeta &= \bar{D}_\zeta + D'_\zeta. \end{aligned}$$

ここでバーは東西平均を表す. よって,

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} + v' \beta = \bar{F}_\zeta + F'_\zeta - (\bar{D}_\zeta + D'_\zeta), \quad (F.1)$$

を得る. ここで二次以上の項を無視した. (F.1) を東西平均すると,

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} = \bar{F}_\zeta - \bar{D}_\zeta, \quad (F.2)$$

である. (F.1) から (F.2) を引くと,

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} - v' \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + v' \beta = F'_\zeta - D'_\zeta,$$

を得る. よって (15.23) と (15.24) が導出された.

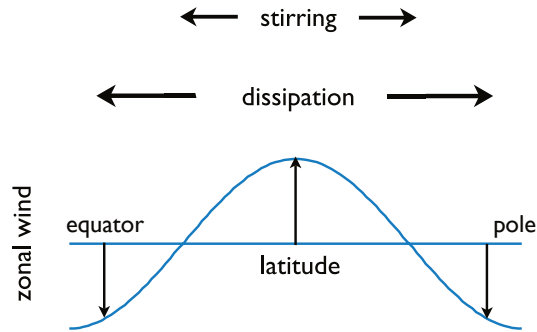


Fig. 15.5

図 15.5: 南北方向に制限された強制による平均流生成. ロスビー波が生成領域から離れて伝播するために擬運動量散逸の分布は擬運動量の強制のものよりも幅が広く, 二つの和によって図に示されるような東西風の分布が導かれる. その分布は強制領域において正の値 (東向き) をもつ. 図 15.8 も見よ.

を示唆する. 今, もし何らかの理由で \mathcal{P} が増加する (もしかすると他の場所での強制によって波が初期に静止した領域に入るからである) ならば, そのとき平均流が減少しなければならない. けれども渦度フラックスがゼロへ統合されるために東西流はどこでも減少することができない. したがって東西流が強制から離れた領域で減少するならば強制領域では東西流が増加するにちがいない. 強制と散逸があるところのメカニズムは強制領域における統計的平衡ジェットの形成を導くことができる. なぜなら, (15.21) と (15.25) を結合すると,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = -r\bar{u} + \frac{1}{\gamma} (\overline{\zeta' F'_\zeta} - \overline{\zeta' D'_\zeta}), \quad (15.28)$$

が得られ, 統計的平衡状態では, vv

$$\boxed{r\bar{u} = \frac{1}{\gamma} (\overline{\zeta' F'_\zeta} - \overline{\zeta' D'_\zeta})}, \quad (15.29)$$

であるからである. 右辺にある項は渦度の強制と散逸を表し, 緯度に渡って積分するとそれらの和は消える, あるいはその逆で平衡状態において擬運動量収支が成り立たない (?). けれども強制が中緯度に制限されると仮定しよう. 強制領域において (15.29) の右辺第一項は第二項より大きく, 東向きの平均流が形成される. 図 15.5 に描かれるように, 強制の直接的な影響から離れると散逸項が支配的であり西向きの平均流が形成される. したがって, ベータ面上, もしくは回転球面の表面上で東向きの平均東西流が, 流体への正味の運動量を輸送しない渦度強制によって維持される. 一般的には, 渦度勾配がある場合, 強制が平均流を生じさせ, 球状の惑星上では差動回転によって渦度勾配が与えられる.

散逸が強制よりも幅の広い緯度分布をもつことが平均流の形成にとって重要である。つまり、もし強制領域の中で散逸がすべて生じるのであれば、そのとき (15.29) から平均流は生成されないだろう。前の小節で示されたように、強制領域で生成され、散逸する前に南北方向に伝播するロスビー波の作用を通じて、これの拡大が生じ、よって平均流の形成を許す。

IV. EP フラックス

どのように波が平均流に影響するのかを決定するために、Eliassen-Palm (EP) フラックス (10.2 節) は伝統的な枠組みを与え、順圧の場合は特に簡単であり教育的な例である。非強制の場合において東西平均した運動量方程式は、vv

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f_0 \bar{v}^* = \nabla_x \cdot \mathcal{F}, \quad (15.30)$$

と書くことができる。ここで \bar{v}^* は残差南北速度、 \mathcal{F} は EP フラックス、 $\nabla_x \cdot$ は南北平面における発散である。順圧の場合、 $\bar{v}^* = 0$ であり、

$$\mathcal{F} = -\mathbf{j} \overline{u'v'}, \quad (15.31)$$

である。もし運動量フラックスが主にほとんど単色の波の相互作用の結果であるならば、そのとき EP フラックスは群速度の性質に従う (6.7 節)。その性質とはつまり波の活動度密度フラックスが波の活動度密度の掛かった群速度に等しいというものである。したがって、

$$\mathcal{F}^y \equiv \mathbf{j} \cdot \mathcal{F} \approx c_g^y \mathcal{P}, \quad (15.32)$$

である。ここで \mathcal{P} は波の活動度密度、もしくは擬運動量であり、

$$\mathcal{P} = \frac{\overline{\zeta'^2}}{2\bar{q}_y} = \frac{\overline{\zeta'^2}}{2\gamma}, \quad (15.33)$$

で与えられ、もし $\gamma > 0$ ならば \mathcal{P} は正符号の量である。東西方向の運動量方程式と Eliassen-Palm 関係式 (10.29a) はそれぞれ、

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}(c_g^y \mathcal{P}), \quad \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}(c_g^y \mathcal{P}) = 0,} \quad (15.34a,b)$$

となり、よって (15.27) にあるように、

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t}, \quad (15.35)$$

である。

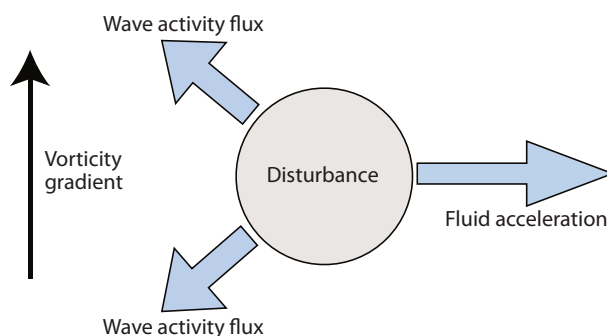


Fig. 15.6

図 15.6: もしベータ面上や球面上の流体のある領域が強制されるならば, そのときロスビー波が擾乱から離れて伝播し, これは波の活動度フラックスの方向である. したがって, 強制領域では波の活動度の発散があり, (15.34) を用いると波の活動度の発散が東向きの加速を形成する.

今, ある緯度で擾乱を始めるとし, それから流体を自由に発展させよう. 擾乱がロスビー波を生成させ, その群速度は擾乱の領域から離れる方を向いている. 波の活動度密度 \mathcal{P} は擾乱の領域で減衰 (それ以外の場所で増加) する. けれども (15.34a) から東西速度は擾乱の領域で増加し, 東向きの流れが形成される. つまり, 図 15.6 にあるように擾乱の領域で運動量が収束し, 東向きのジェットが形成される.

EP フラックスの議論, 擬運動量の議論, それからロスビー波の議論は単に同じ物理過程の異なる表現である. もちろん (15.10) の結果は順圧ロスビー波に対する EP フラックスの群速度の性質を示すことと考えられる. 渦度収支の議論はこれらの議論よりも少し一般的である. なぜならそれは線形化や小さな振幅に依らないからである. これらの議論の注意点は流れが真に乱れていることを要求し, それらは非線形相互作用を含むけれども平均流の発展に重要なのはベータ効果があること, つまり渦度方程式にある線形項, である.

15.2 中緯度の循環の層モデル

15.2.1 単層モデル

始めに浅水方程式系に従う単層を考えよう. さらに流れが二つの剛体表面, つまり上層の平坦な蓋と下層の波打っている (がしかし静止した) 表面 (図 15.9), によって制約されるということを仮定することで流れを制限する. 上部対流圏を荒っぽく表現するための流体層を想像することができる. この層は, 二層モデルの中緯

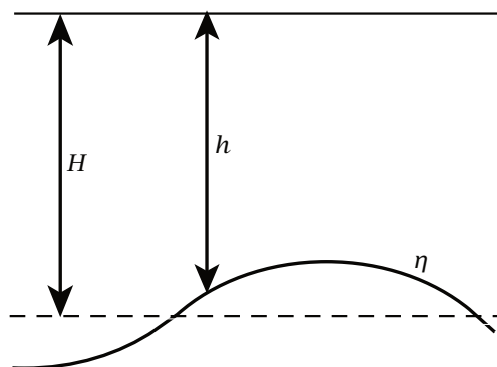


Fig. 15.9

図 15.7: 平均厚さ H , 局所的な厚さ h , そして高度変位 η で変化する下層表面の活動的な層をもつモデル大気. これはわずかに大きなポテンシャル密度をもつ静止した層の上にある.

度境界面がうねっていることに対応する (与えられた) 波打っている下層表面をもつ. (この節は何らかの方法で練習であり, より現実的なものはモデルに帰せられるべきでない.) したがって運動量方程式において摩擦の効果は小さく, 特にエクマン層はなく, 速度場に抵抗はない. けれども, 渦度方程式に何らかの散逸があり, これは小さなスケールへのエンストロフィー散逸から生じる. またロスビー数が小さいこと, 層の平均厚さと比べて層の厚さの変化は小さいこと, そしてコリオリパラメータの変化が小さいことも仮定する. 初期の流れは一様な東西流とし, 波打っている下層境界を無視する^{*3}. 境界は中緯度で最も波打っており, 擾乱を生成しており, そこでロスビー波を発する. 我々の疑問は以下の二つである:

- (i) どのように波打っている境界が平均東西流へ影響を与えるのか?
- (ii) もしとある子午面循環が励起されたらどのようなになるのか?

運動の方程式系

層に対する東西方向の運動量方程式は,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - (f + \zeta)v = -\frac{\partial B}{\partial x}, \quad (15.37)$$

^{*3}pass over の訳はこれでいいのだろうか... . それとも, 「... 下層境界の上を通り過ぎる」かな.

と書くことができる. ここで $B = \phi + \mathbf{u}^2/2$ は問題に対するベルヌーイ関数であり, ϕ は動圧力 p/ρ_0 である. 方程式の東西平均は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f\bar{v} = \bar{\zeta} + \overline{\zeta'v'}, \quad (15.38)$$

である. ここで \bar{v} はすっかり非地衡流 (\bar{v}_g) であることに注意せよ. 今, $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$ を用いると, 渦度フラックスが,

$$v\zeta = -\frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(v^2 - u^2), \quad (15.39)$$

によって運動量フラックスと関係づけられ, よって準地衡流スケーリングのもとで, (15.38) は,

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f_0\bar{v} = \overline{\zeta'v'} = -\frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'},} \quad (15.40)$$

と簡単化される. \bar{v} は小さく非地衡流であるけれども, 質量保存の式はそれがゼロであることを要求しない. なぜなら層の厚さは一定ではないからである. ここで (15.43) を先に見ておこう. したがって \bar{v} に大きな項 f_0 が掛けられたとき, 項 $f_0\bar{v}$ は保存されるべきである (一方で $\bar{\zeta}v$ は落とされる). もし流れが統計的に平衡で運動量のソースやシンクがないならば, (15.40) は,

$$f_0\bar{v} = \frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'}, \quad (15.41)$$

となる.

モデルを完成させるために東西平均した質量保存の式, つまり,

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{vh} = 0, \quad (15.42)$$

を用いる. この場合 $\partial \bar{h}/\partial t = 0$ である. なぜなら流れが二つの剛体表面の間に制限されているからである. したがって $\partial \overline{vh}/\partial y = 0$ である. もし質量フラックスがどこか, 例えば南北境界, で消えるならば, ゆえに至る所でそれが消えて,

$$\bar{v}h + \overline{v'h'} = 0, \quad (15.43)$$

である. (15.41) と (15.43) を用いることで,

$$\frac{1}{f_0}\frac{\partial}{\partial y}\overline{u'v'} + \frac{\overline{v'h'}}{\bar{h}} = 0, \quad \text{もしくは} \quad \overline{v'\zeta'} - f_0\frac{\overline{v'h'}}{\bar{h}} = 0, \quad (15.44a,b)$$

を与える. 厚さの変化は小さいと仮定するから, この式を,

$$\overline{v'\zeta'} - f_0\frac{1}{H}\overline{v'h'} = 0, \quad (15.45)$$

と書くことができる. ここで H は層の参照厚さであり, これはその平均厚さとすることができる. (15.45) の左辺は実際ちょうどこの問題に対するポテンシャル渦度フラックスである. ここで (15.51) を先に見ておこう. 層に対するポテンシャル渦度方程式は,

$$\frac{DQ}{Dt} = \frac{D}{Dt} \left[\frac{\zeta + f}{h} \right] = 0, \quad (15.46)$$

である. ここで h は流体層の厚さである. 層の厚さとコリオリパラメータの変化が小さいために, この式は,

$$\frac{Dq}{Dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} = 0, \quad q = \zeta + \beta y + f_0 \frac{\eta}{H}, \quad (15.47a,b)$$

となる. ここで $\eta = H - h$ は下層境界面の高度であり (図 15.9), これは x と y の関数であるが, このモデルでは時間の関数ではない. 流れの水平非発散を用いることで, 東西平均したポテンシャル渦度方程式は,

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{v} \bar{q}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v'q'}}{\partial y}, \quad (15.48)$$

である. \bar{v} を含む項は非常に小さく, それを除くと, (15.47a) を用いるとポテンシャル渦度の擾乱に対する方程式,

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial q'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} = -D', \quad (15.49)$$

を得る. ここで項 D' を含める. これは散逸過程を表す. この式に $q' / (\partial \bar{q} / \partial y)$ を掛けて, 東西平均すると, この系に対する擬運動量方程式, つまり,

$$\boxed{\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{q'^2}{2\gamma} \right) = -\overline{v'q'} - \frac{D'q'}{\gamma}}, \quad (15.50)$$

を得る. ここで $\gamma = \partial \bar{q} / \partial y$ である. この式は (15.25) と等価であるが, 今は層を成す系に対するものである. 乱流では, 小さなスケールへのエンストロフィーフラックスとそれに伴う散逸があるために粘性がゼロに近い場合でさえも, 一般的に $D' = 0$ を要求することはできない. しかし D' がゼロである領域 (ここで碎波はない) においては, そのとき平衡状態でポテンシャル渦度フラックスもゼロであるに違いない. ここでの議論に対しては実のところ $D' = 0$ と仮定しよう.

(15.47b) を用いると, 渦のポテンシャル渦度フラックスは,

$$\overline{v'q'} = \overline{v'\zeta'} + \frac{f_0}{H} \overline{v'\eta'} = \overline{v'\zeta'} - \frac{f_0}{H} \overline{v'h'} \quad (15.51)$$

である. ここで η' は地形であり, h' は層の厚さの擾乱である. 東西方向の運動量方程式にこれを用いると, (15.40) は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{v'q'} + \frac{f_0}{H} \overline{v'h'} + f_0 \bar{v}, \quad (15.52)$$

を与える。しかし右辺にある最後の二項は全質量フラックスを構成し、よって最終的に、

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \overline{v'q'} + f_0 \bar{v}^*, \quad \bar{v}^* = \bar{v} + \frac{\overline{v'h'}}{H}}, \quad (15.53a,b)$$

と書く。物理量 \bar{v}^* はこの問題に対する残差循環である。それは、平均流と渦からの質量フラックスの和に比例する (より詳しい議論のために 10.3 節を見よ)。今、 \bar{v}^* は全質量子午面フラックスに比例し、ゆえにここでは流れが剛体蓋の間に制限されているから、もし質量のソースやシンクがないならば、どこでも $\bar{v}^* = 0$ である ($\bar{h} = H$ が与えられた (15.43) を見よ)。

力学

流れが波打ってる境界の上を通り過ぎるとき、順圧の場合にあるようにロスビー波が生成領域で運動量フラックスの収束を生じさせる。流れが定常で散逸がないならば、そのとき運動量方程式から、

$$f_0 \bar{v}^* = \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \quad (15.54)$$

であり、運動量フラックスが収束する領域 (つまりここで $\partial \overline{u'v'}/\partial y < 0$) では平均南北速度が赤道向きである。したがって厚さ一定の順圧モデルでは (その場合 $\bar{v} = 0$ であるから) 摩擦力が渦度フラックスとバランスするが、自由気では子午面循環が形成され、これはフェレルセルの上向きの支流において赤道向きの流れの基礎である。けれどもこれは全質量フラックスが赤道向きであることを示唆しない。実際、単層モデルに対してはそれがゼロでなくてはならず、それゆえに、

$$\overline{v'h'} = -\bar{h}\bar{v} > 0, \quad (15.55)$$

である。つまり渦の質量フラックスは極向きであり、赤道向きの平均流とバランスする。これらのバランスが図 15.10 に示される。

この結果にたどり着くもう一つの方法は、ポテンシャル渦度フラックスを直接利用することである。安定した非散逸流れに対する擬運動量方程式 (15.50) からポテンシャル渦度が消えることがわかる。それから (15.53) を用い、 $\bar{v}^* = 0$ であることに注意すると、 $\partial \bar{u}/\partial t = 0$ である。非加速定理の一例であり、 \bar{v} 安定した非散逸の波は東西方向の運動量の変化を励起しない。それから (15.51) を用いると、

$$\overline{v'\zeta'} = \frac{f_0}{H} \overline{v'h'}, \quad (15.56)$$

とわかり、(15.43) を用いると (15.54) を取り戻す。

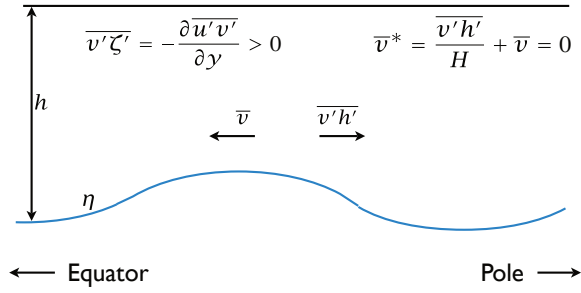


Fig. 15.10

図 15.8: 散逸のない単層の力学. 活動的な層における強制が境界面によって作用される形状抗力から生じる. 渦度力学はこれが渦の運動量フラックスの収束 ($\partial_y \overline{u'v'} < 0$) を生成し, 次に渦の極向きの質量フラックス ($\overline{v'h'} > 0$) を生成し, よって赤道向きのオイラー流を形成する.

運動量方程式の観点から運動量フラックスの収束が, 波打っている境界上の流れによって生じる形状抗力とバランスする. このことを調べるために (15.53b) を用いて, 東西方向の運動量方程式を,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f_0 \bar{v} + \overline{v'\zeta'} = f_0 \bar{v}^* - \frac{f_0}{H} \overline{v'h'} + \overline{v'\zeta'}, \quad (15.57)$$

と書く. ここで \bar{v}^* (\bar{v} ではない) はゼロである. 項 $-(f_0/H)\overline{v'h'}$ は波打っている境界から生じる流体層への強制, 形状抗力 (3.6 節で述べられる), である. 特に, 傾斜する表面によって層に作用する領域当たりの平均の強制は,

$$F = -f_0 \rho_0 \overline{v'\eta'} = f_0 \rho_0 \overline{v'h'}, \quad (15.58)$$

で与えられ, $\rho_0 H$ で割ることで活動的な流体層における加速度を与える. 大気は波打っている表面で大きさ等しく反対向きの強制にも作用する. これは次の節で考える効果である. 形状抗力が渦の運動量フラックスの収束とバランスするとき, 散逸がなくても平衡状態に達する. (15.51) もしくは (15.53) からこの状態はポテンシャル渦度フラックスが消える状況と同じである.

単層モデルにおける最後の注意点

単層モデルのまとめが原文 552 ページの囲みに与えられる. 単層モデルでは, 順圧モデルにあるように, 渦のポテンシャル渦度フラックスから東西流が直接導かれ, そのモデルではもし平衡状態に達せられたら渦のフラックスはゼロに違いない. 現実大気に対してこのことは少し現実的である. なぜなら擬運動量方程式 (15.50) からこれらのフラックスが負であることを予期するからであり, それからもし

$\bar{v}^* = 0$ なら運動量方程式 (15.53) でそれらとバランスするものがない。現実大気では \bar{v}^* がゼロでないことを許す熱力学方程式から生じる質量保存の式におけるソースとシンクが効果的にある。そこから $\bar{v}^* > 0$ を予期するが、このことを調べることは二層モデルを必要とし、そこで一つの層のモデルの単層は二層モデルの上層と一致する。

単層の議論に対する形式的なまとめ

東西平均した運動量方程式は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f_0 \bar{v} = \overline{v' \zeta'} = -\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \quad (\text{SL.1})$$

である. ロスビー波の生成領域は一般的に運動量フラックスの収束がある領域であり, ここでは $\partial \overline{u'v'}/\partial y < 0$ である. もし \bar{u} が安定であれば, この領域では \bar{v} は赤道向きであり, この流れはフェレルセルの上部分流である. ポテンシャル渦度を用いてこのことを考えるために, 始めに残差南北速度を,

$$\bar{v}^* = \frac{\overline{v'h'}}{\bar{h}} + \bar{v}, \quad (\text{SL.2})$$

と定義する. これは層の中で全質量フラックスの南北成分に比例し, この単層モデルではゼロである. そのとき運動量方程式は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f_0 \bar{v}^* - \frac{f_0}{\bar{h}} \overline{v'h'} + \overline{v' \zeta'} \quad (\text{SL.3a})$$

$$= f_0 \bar{v}^* + \overline{v'q'}, \quad (\text{SL.3b})$$

である. ここで $\overline{v'q'} = \overline{v' \zeta'} - (f_0/\bar{h})\overline{v'h'}$ を用いた. また q はポテンシャル渦度である. (SL.3a) の右辺第二項は流れにおける地形によって作用する形状抗力であり, 平衡状態においてこれはロスビー波の運動量フラックスの収束とバランスする. ロスビー波が存在するために $\overline{v' \zeta'} > 0$ を予期する. もし散逸がないならばそのとき定常流れにおいて $\overline{v'q'} = -f_0 \bar{v}^* =$ であり, 渦の質量フラックスは極向きであり (もし $f_0 > 0$ ならば正), 図 15.10 にあるように南北流が形成される.

以下の擬運動量方程式を用いることでポテンシャル渦度フラックスをより直接的に割り出すことができる:

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\overline{q^2}}{2\gamma} \right) = -\overline{v'q'} - \frac{\overline{D'q'}}{\gamma}, \quad (\text{SL.4})$$

ここで $\gamma = \partial \bar{q}/\partial y$ である. もし散逸が同様にゼロならば, そのとき波が定常ならばポテンシャル渦度フラックスがゼロである. それから (SL.3b) を用いることで東西流の加速はない. これは非加速定理の一例である.

より一般的には (そして現実大気では) 生成領域から離れて散逸があるだろう. ロスビー波は ($\bar{u} = c$ の近くの) 臨界層において優先的に崩れ, そして/もしくは一般的にはロスビー波が相互作用しエンストロフィーカスケードを生成する. これ

らの過程は $\overline{D'q'} > 0$ を与え, ($\gamma > 0$ に対して) 負のポテンシャル渦度フラックス $\overline{v'q'} < 0$ を与える. これらの領域では, 15.1 節の順圧モデルにあるように摩擦項と PV フラックスをバランスさせるか, もしくは極向きの残差南北速度におけるコリオリ力によって, 運動量方程式 (SL.3b) にあるバランスが達せられる. つまり $f_0 \bar{v}^* \approx -\overline{v'q'} > 0$ であり, よって極向きの残差流れを形成する.