

10.2.1 伝統的オイラー平均

式 (10.9) の平均方法を式 (10.1) と (10.5) に適用することで, 中緯度の β 面上の準地衡的な運動に対する東西平均した東西方向の運動方程式と熱力学的エネルギー方程式を得る:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + f_0 \bar{v} = -\frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \bar{X}, \quad (10.11)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + N^2 H R^{-1} \bar{w} = -\frac{\partial}{\partial y} \overline{v'T'} + \frac{\bar{J}}{c_p}. \quad (10.12)$$

ここで, N は,

$$N^2 \equiv \frac{R}{H} \left(\frac{\kappa T_0}{H} + \frac{dT_0}{dz} \right),$$

によって定義される浮力振動数である. 式 (10.11) と (10.12) において, 準地衡流スケールと整合的に, 非地衡流的な平均子午面循環と鉛直方向の渦フラックスの発散を無視した. 準地衡流スケールに対してこれらの項は残りの項と比べて小さいことが簡単に確かめられる (問題 10.4 を見よ). 式 (10.11) には東西平均された渦抵抗が含まれる. なぜなら, (重力波のように) 解像されない渦による応力は, 境界層だけでなく対流圏上部と中層大気にも重要であるからである.

似たスケールリングによって南北方向の運動方程式 (10.2) の東西平均が地衡流平衡,

$$f_0 \bar{u} = -\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y},$$

によって正確に近似できることが示される.

この式は静力学方程式 (10.3) と結合されることで温度風の関係式,

$$f_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + R H^{-1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = 0, \quad (10.13)$$

が得られる. 東西平均風とポテンシャル温度の分布の間にあるこの関係は非地衡流的な平均子午面循環 (\bar{v}, \bar{w}) に強い制約を課す. 平均子午面循環がない場合には式 (10.11) にある渦の運動量フラックスの発散と式 (10.12) にある渦の熱フラックスの発散は各々, 平均東西風と温度の場を変化させる傾向があり, よって温度風平衡を破壊する. けれども, 平均東西風の地衡流平衡からの小さなずれから生じる圧力傾度力は平均子午面循環を駆動する. その循環は平均東西風と温度場を調節し, その結果として式 (10.13) は満たされたままである. 多くの状況の中でこの埋め合わせは大きな渦の熱フラックスと運動量フラックスがあっても, 平均東西風が不変のままであることを許す. したがって平均子午面循環は東西平均した循環におい

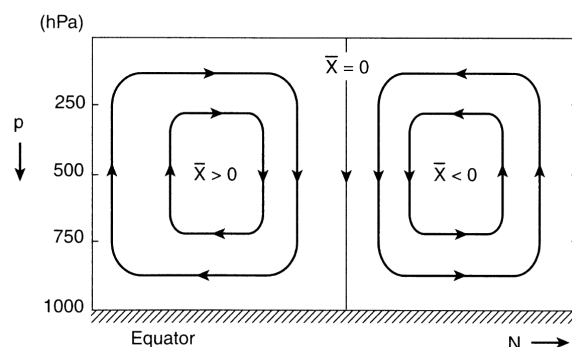


図 10.1: 鉛直方向の運動と南北方向の運動に対するオイラー平均した子午面流線関数の関係。

て役割を厳密に果たす。これは発散的な二次循環が総観規模スケールの準地衡流系において果たす役割と同じである。実際、定常状態の平均流の条件に対して循環 (\bar{v}, \bar{w}) は渦強制と非断熱加熱と単にバランスしなければならず、よって式 (10.11) と (10.12) における平衡は以下の通りである:

コリオリ力 $(f_0\bar{v}) \approx$ 渦の運動量フラックスの発散

断熱冷却 \approx 非断熱加熱と渦の熱フラックスの発散

観測の解析から熱帯地方の外側ではこれらのバランスが境界層の上で近似的に正しいようであることがわかる。したがって、東西平均流における変化が強制項と平均子午面循環の間の小さな非平衡から生じる。

6.4 節のオメガ方程式と似た方程式から強制を用いて、オイラー平均した子午面循環が決定づけられる。この方程式を導出する前に、子午面において平均子午面質量循環の発散がないことを観測することは有用である。したがって、同様に連続の式 (10.8) を満たす南北方向の質量流線関数を用いて表すことができ、

$$\rho_0\bar{v} = -\frac{\partial\bar{\chi}}{\partial z}, \quad \rho_0\bar{w} = \frac{\partial\bar{\chi}}{\partial y}, \quad (10.14)$$

である。平均子午面循環の意味に対する流線関数 $\bar{\chi}$ の符号の関係は図 10.1 に模式的に示される。

$\bar{\chi}$ に対する診断方程式は初めに、

$$f_0\frac{\partial}{\partial z}(10.11) + \frac{R}{H}\frac{\partial}{\partial y}(10.12),$$

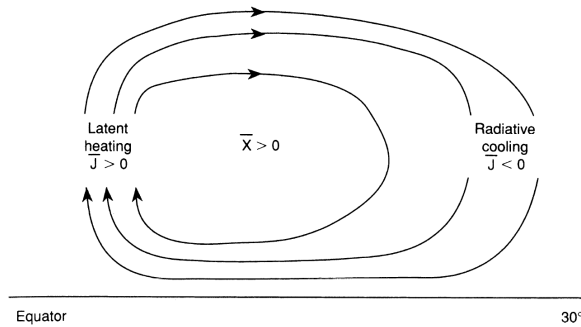


図 10.2: 熱的直接ハドレーセルに対する流線関数を示す模式的なオイラー平均した子午面循環。

とし、それから式 (10.13) を用いて時間微分を消去し、式 (10.14) を用いて $\bar{\chi}$ で平均子午面循環を表すことで導出される。結果として生じる楕円型の方程式は以下の形式をもつ:

$$\frac{\partial^2 \bar{\chi}}{\partial y^2} + \frac{f_0^2}{N^2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{N^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\kappa \bar{J}}{H} - \frac{R}{H} \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'T'} \right) - f_0 \left(\frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \overline{u'v'} - \frac{\partial \bar{X}}{\partial z} \right) \right], \quad (10.15)$$

方程式 (10.15) は平均子午面循環を定性的に診断するために用いられる。 $\bar{\chi}$ は境界において消えなければならないから、 y と z における二重フーリエ級数によって表すことができる。よって、式 (10.15) の左辺にある楕円演算子は近似的に $-\bar{\chi}$ に比例し、式 (10.15) は定性的に、

$$\bar{\chi} \propto - \frac{\partial}{\partial y} (\text{非断熱加熱}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\text{大規模な渦の熱フラックス}) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\text{大規模な渦の運動量フラックス}) + \frac{\partial}{\partial z} (\text{東西方向の抵抗力}),$$

と表される。

今、北半球の非断熱加熱は y が増加するにつれて減少する。従って、右辺の第一項は正であり、 $\bar{\chi} > 0$ の平均子午面循環セルを強制する傾向にある。暖かい空気が上昇し、冷たい空気が下降するように、これは熱的直接セルと言われる。図 10.2 に示されるように熱帯地方のハドレー循環を主として説明するのがこの過程である。渦の発生がない場合には理想的なハドレーセルに対して、非断熱加熱の差は赤道付近の断熱冷却と高緯度での断熱加熱によってのみバランスされる。

北半球の中緯度では、非定常の総観規模スケールの渦と定常ロスビー波の両方による極方向の渦の熱フラックスは極方向へ熱を輸送する傾向にあり、図 10.3 にある

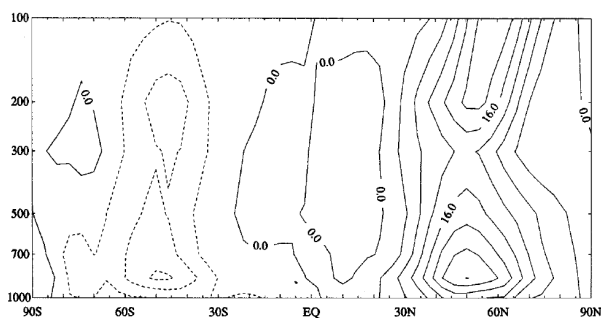


図 10.3: 北半球冬季に対する観測された北向きの渦の熱フラックス分布 ($^{\circ}\text{C m s}^{-1}$). (Schubert et al., 1990 から採用.)

ように緯度約 50° の対流圏下層で極方向の最大熱フラックス $\overline{v'T'}$ を生成する. $\bar{\chi}$ は $\overline{v'T'}$ の二階微分 (ここで $\overline{v'T'} > 0$ では負であるべきである) に比例することから, 熱フラックスの強制項は中緯度の対流圏下層を中心とする $\bar{\chi} < 0$ の平均子午面セルを生成する傾向にあるべきである. したがって, 渦の熱フラックスは間接的な子午面循環を駆動する傾向にある.

この間接的な子午面循環の存在は地衡流平衡と静水圧平衡を保つ必要があることを用いることで理解できる. $\overline{v'T'}$ が最大である緯度の北では渦の熱フラックスの収束があり, 一方でその緯度の赤道側では発散がある. したがって, 渦の熱輸送は極-赤道間の平均温度勾配を減少させる傾向にある. もし平均東西流が地衡流平衡下のままであるならば, そのとき温度風も減少しなければならない. 渦の運動量輸送がない場合には, この温度風の減少は, 図 10.4 にあるような平均子午面循環によるコリオリ力のトルクによってのみ生成され得る. 同時に連続の式から要求される鉛直方向の平均運動は, 渦の熱フラックス発散領域での断熱加熱と渦の熱フラックス収束領域での断熱冷却を生成することによって渦の熱フラックスと関係づけられる温度の時間変化に反対することがわかることは驚くべきことではない.

式 (10.15) の最後の強制項の隣は渦の水平方向の運動量フラックスの収束の鉛直勾配に比例する. けれども,

$$-\frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \overline{u'v'} = +\frac{\partial}{\partial z} \overline{v'\zeta'},$$

であることが示される (問題 10.5). したがって, この項は南北方向の渦度フラックスの鉛直微分に比例する. この渦強制を物理的に説明するために, 図 10.5 に示されるように運動量フラックスの収束 (もしくは渦度フラックス) は正で高度とともに増加することを仮定する. 図 10.6 に示されるように, $\overline{u'v'}$ は極向きで, (平均ジェット気流の中心において) 約 30° の対流圏界面付近で最大値をとる傾向にあるために, この仮定は北半球対流圏のジェット気流の中心より極側では正しい. このよう

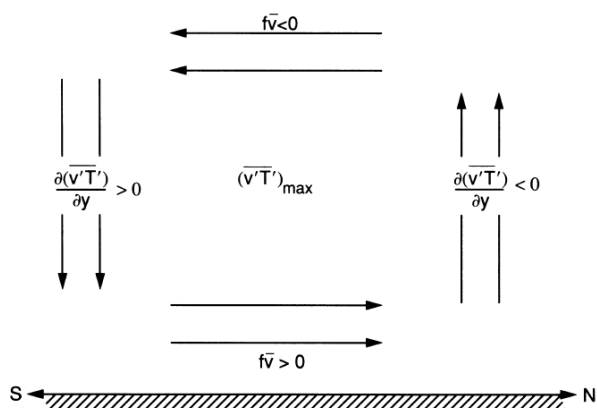


図 10.4: 極向きの熱フラックスによって強制される模式的なオイラー平均子午面循環.

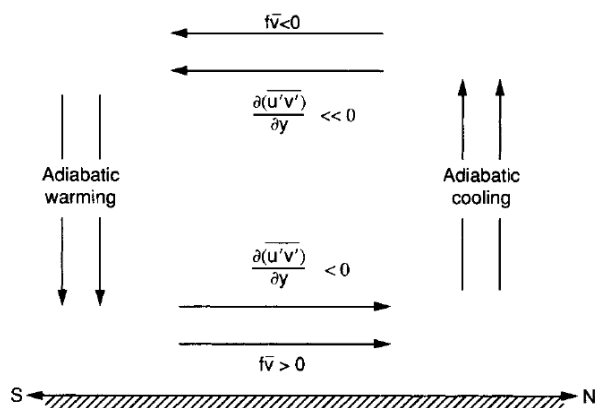


図 10.5: 渦の運動量フラックスの収束によって強制される模式的なオイラー平均子午面循環.

な運動量フラックスの配置により, 中緯度対流圏では $\partial^2 \overline{u'v'} / \partial y \partial z < 0$ であり, これは再び $\bar{\chi} < 0$ の平均子午面セルを駆動する. 式 (10.11) から, この誘導される間接子午面循環のコリオリ力が, 運動量フラックスの収束による加速度とバランスするために必要とされるということが明らかである. あるいは, 運動量フラックスの収束は平均東西風の鉛直シアーを増加させ, 温度風バランスを破壊する.

したがって, 渦の熱フラックスと渦の運動量フラックスの結合された分布は各半球で 45° より極側では上昇運動と 45° より赤道側では下降運動をもつ平均子午面セルを駆動する傾向にある. この渦強制は中緯度での直接的な非断熱駆動を補い, 観測される熱的間接フェレルセルと合理的である^{*1}.

^{*1}[メモ] more than をどのように訳すのかわからない.

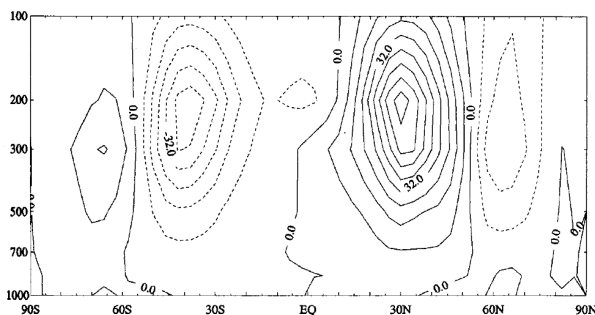


図 10.6: 北半球冬季に対する観測された渦の北向き運動量フラックスの分布 ($\text{m}^2 \text{s}^{-2}$). (Schubert et al., 1990 より採用.)

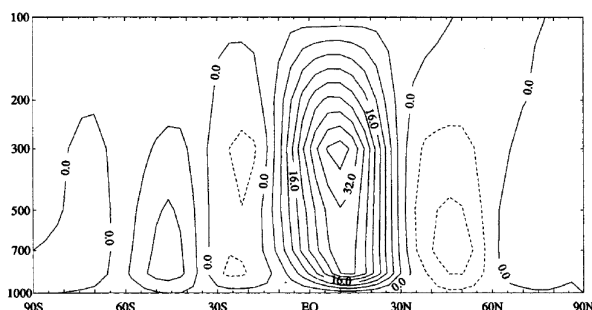


図 10.7: Schubert et al. (1990) のデータに基づいた, 北半球冬季に対する観測されたオイラー平均子午面循環に対する流線関数 (単位: $10^2 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$).

オイラー平均子午面循環の結果として生じる観測される気候学は図 10.7 に示される。それは主に、非断熱加熱により駆動される熱帯ハドレーセルと、渦により駆動される中緯度のフェレルセルから成る。極緯度では小さな熱的直接セルもある。特に北半球では冬における子午面循環は夏のそれよりも非常に強い。このことは式 (10.15) 中の非断熱項と渦のフラックスの強制項の両方における季節変化を反映する。

熱帯セルと中緯度セルにおいて対流圏上層における東西方向の運動量バランスは平均子午面ドリフトによって起きるコリオリ力と渦の運動量フラックスの収束の間のバランスによって維持される。熱帯における非断熱加熱と高緯度における渦の熱フラックスの収束とがバランスする上昇運動 (断熱冷却) と、亜熱帯における渦の熱フラックスの発散とバランスする下降運動 (断熱加熱) によって熱バランスが維持される。

平均運動方程式系と熱力学的エネルギー方程式の両方に渦のフラックスの項があり、渦と平均流の過程の近くの打消し (?) によって、伝統的オイラー平均から平均

流の正味の渦強制を診断しようとすることはむしろ非効率的である。永続的なトレーサーに対するオイラー平均した連続の式によく似た渦と平均流の埋め合わせが生じるためにこの形式においてもトレーサー輸送の計算は非効率的であることが示される。

変形オイラー平均 (TEM)

東西平均循環を解析するためのもう一つのアプローチは, Andrews and McIntyre (1976) によって導入された変形オイラー平均の形式である。この解析は渦強制のより明らかな診断を与え, 子午面上の輸送過程のより直接的な視点も与える。この変形は, 式 (10.12) において渦の熱フラックスの収束と断熱冷却の間の強い打消しが存在する傾向にある一方で, 非断熱加熱項は小さな残差であるという事実を考慮している。非断熱加熱によってポテンシャル温度が増加される場合にのみ, 平均において空気のパーセルがより高い平衡高度へ上昇するから, 平均子午面質量の流れと直接的に関係づけられるのは非断熱過程と関連する残差子午面循環である。

残差循環 (\bar{v}^* , \bar{w}^*) を以下のように定義することで式 (10.11) と (10.12) から TEM 方程式系が得られる:

$$\bar{v}^* = \bar{v} - \rho_0^{-1} R H^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_0 \overline{v'T'}}{N^2} \right), \quad (10.16a)$$

$$\bar{w}^* = \bar{w} + R H^{-1} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{v'T'}}{N^2} \right). \quad (10.16b)$$

この方法で定義される残差鉛直速度は明らかに平均鉛直速度の部分を明らかに表す。平均鉛直速度の断熱温度変化への寄与が渦の熱フラックスの発散によって打ち消されない。

式 (10.16) を式 (10.11) と (10.12) に代入し, (\bar{v} , \bar{w}) を消去すると以下の TEM 方程式系が与えられる:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f_0 \bar{v}^* = + \frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \mathbf{F} + \bar{X} \equiv \bar{G}, \quad (10.17)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + N^2 H R^{-1} \bar{w}^* = \frac{\bar{J}}{c_p}, \quad (10.18)$$

$$\frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0 \bar{w}^*)}{\partial z} = 0. \quad (10.19)$$

ここで $\mathbf{F} \equiv \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z$ はエリアッセン・パームフラックス (EP フラックス) であり, これは子午面 (y, z) におけるベクトルである。大規模な準地衡流的な渦に対し

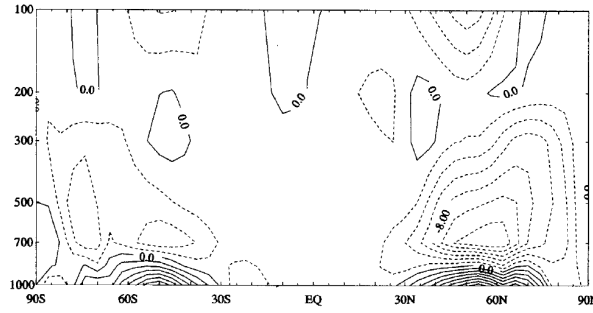


図 10.8: 北半球冬季に対する, 標準密度 ρ_0 によって分けられたエリアッセン・パームフラックスの発散. Schubert et al (1990) のデータに基づく. (単位: $\text{m s}^{-1} \text{ day}^{-1}$)

て, 成分,

$$F_y = -\rho_0 \overline{u'v'}, \quad F_z = \frac{\rho_0 f_0 R \overline{v'T'}}{N^2 H}, \quad (10.20)$$

をもち, \overline{G} は大規模な渦と小規模な渦の両方による東西方向の全強制を示す.

TEM 形式は, 渦の熱フラックスと運動量フラックスが東西平均循環における変化を駆動するために別々に作用せず, EP フラックスの発散によって与えられる結合のみの変化を駆動するために別々に作用する, という点を明らかに示す. したがって渦の基本的な役割は東西方向の強制を働かせることである. 東西平均流のこの渦強制は, \mathbf{F} の場をマッピングし, その発散の等値線を描くことで便利に表される. 基本状態の密度によって適切にスケールされるとき, これらの等値線は, 準地衡流的な渦によって働かせられる単位質量当たりの東西方向の強制を与える. 北半球冬季に対する平均全 EP フラックスの発散のパターンが図 10.8 に示される. 熱帯外対流圏の大部分では EP フラックスが収束的であり, よって渦は大気中の西向き東西方向の強制を働かせることに注意せよ. 季節的な時間スケールでは式 (10.17) における EP フラックスの発散による東西方向の強制が残差平均子午面循環の東向きコリオリ力とほとんどバランスしている. このバランスに対する条件は次の小節で議論される.

残差平均子午面循環の構造は, 残差流線関数を以下のように定義することで決定づけられる:

$$\overline{\chi}^* \equiv \overline{\chi} + \rho_0 \frac{R \overline{v'T'}}{H N^2}.$$

それから式 (10.14) と (10.15) に直接代入することで,

$$\rho_0 \overline{v}^* = -\frac{\partial \overline{\chi}^*}{\partial z}; \quad \rho_0 \overline{w}^* = \frac{\partial \overline{\chi}^*}{\partial y},$$

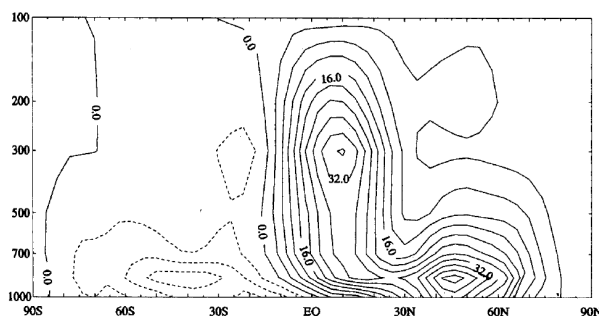


図 10.9: 北半球冬季に対する残差平均子午面流線関数 (単位: $10^2 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$). Schubert et al (1990) のデータに基づく.

と,

$$\frac{\partial^2 \bar{\chi}^*}{\partial y^2} + \rho_0 \frac{f_0^2}{N^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\chi}^*}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{N^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\kappa \bar{J}}{H} \right) + f_0 \frac{\partial \bar{G}}{\partial z} \right], \quad (10.21)$$

が示される. 式 (10.21) の右辺にある生成項に対する非断熱と EP フラックスの寄与の大きさは一般的に夏半球よりも冬半球のほうが大きい. 北半球対流圏において一般的に生成項は負であり, 一方で南半球ではそれらは一般的に正である. このことは, $\bar{\chi}^*$ そのものが北半球で正, 南半球で負であるから, 残差子午面循環が各半球で一つの熱的直接転向から成り, 図 10.9 に示されるように冬半球で最も強いセルをもつことを示す.

伝統的オイラー平均とは異なり, 時間平均した条件に対する残差平均鉛直運動は非断熱加熱の割合に比例する. それは子午面における非断熱循環, つまりパーセルのポテンシャル温度が局所的な環境に調節されるために, 上昇するパーセルが非断熱加熱され, 下降するパーセルが非断熱冷却される, という循環を近似的に表す. したがって時間平均した残差平均子午面循環は空気のパーセルの平均運動に近く, ゆえに伝統的オイラー平均とは異なり, トレーサー物質の平均移流輸送に対する近似を与える.