

7.7 ロスビー波

大規模な気象過程で最も重要な波型はロスビー波もしくは惑星波である。一定の深さをもつ非粘性順圧流体（ここで、水平速度の発散は消えなければならない）におけるロスビー波は絶対渦度保存の運動であり、その存在はコリオリ力が緯度とともに変化する、いわゆる β 効果によるものである。より一般的には、順圧大気においてロスビー波はポテンシャル渦度保存の運動であり、その存在はポテンシャル渦度の等エントロピー勾配によるものである。

初期にある緯線に沿って並んで、一連の閉じた流体パーセルを考えることで定性的なやり方でロスビー波の進行を理解することができる。絶対渦度 η は $\eta = \zeta + f$ によって与えられることを思い出そう。ここで、 ζ は相対渦度、 f はコリオリパラメータである。時刻 t_0 で $\zeta = 0$ を仮定しよう。今、 t_1 で δy がもとの緯度からの流体パーセルの南北方向の変位であるとしよう。よって、 t_1 で、

$$(\zeta + f)_{t_1} = f_{t_0},$$

もしくは、

$$\zeta_{t_1} = f_{t_0} - f_{t_1} = -\beta \delta y \quad (7.87)$$

ここで、 $\beta \equiv df/dy$ は、もとの緯度での惑星渦度勾配である。

式 (7.87) から、絶対渦度保存の下でパーセルの鎖が正弦波型の南北変位を受けるとすれば、結果的な渦度擾乱は、南向きの変位に対しては正（つまり低気圧性）、北向きの変位に対しては負（高気圧性）である。

この渦度の擾乱場は南北方向の渦度場を引き起こし、図 7.14 に示されているように、その渦度場は南に向かって最大渦度の西に流体パーセルの鎖を移流し、北に向かって最小渦度の西に流体パーセルを移流する。したがって、流体パーセルは、その平衡緯度付近で前後に振動し、最大渦度と最小渦度のパターンは西へ進行する。この西へ進行する渦度場がロスビー波を構成する。重力波に対しては温位の正の鉛直勾配が流体の鉛直方向の変位に抵抗し復元力を与えるように、ロスビー波に対しては絶対渦度の南北勾配が南北方向の変位に抵抗し復元力を与える。

7.7.1 自由順圧ロスビー波

ロスビー波に対する分散関係式は、線形化された順圧渦度方程式の波型の解を見つけることで形式的に導くことができる。順圧渦度方程式 (4.27) は、水平方向の運

動の結果, 絶対渦度の鉛直成分が保存することを示す. 中緯度の β 平面に対しては以下の形式をとる:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta + \beta v = 0. \quad (7.88)$$

今, 運動が基本状態の東西速度と水平方向の小さな擾乱から成ると仮定する:

$$u = \bar{u} + u', \quad v = v', \quad \zeta = \bar{\zeta} + \zeta'.$$

流線関数の擾乱 ψ' を,

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y}, \quad v' = \frac{\partial \psi'}{\partial x},$$

のように定義する. ここで $\zeta' = \nabla^2 \psi'$ である. よって, 式 (7.88) の形式の擾乱は,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi' + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0, \quad (7.89)$$

であり, 例によって擾乱の量同士の積を含む項を無視した. ここで, 以下の形式の解を見つける:

$$\psi' = \text{Re}[\Psi \exp(i\phi)]. \quad (7.90)$$

ここで, $\phi = kx + ly - \nu t$ であり, k と l はそれぞれ東西波数, 南北波数である. 式 (7.90) を式 (7.89) に代入することで,

$$(-\nu + k\bar{u})(-k^2 - l^2) + k\beta = 0,$$

を得る. これは ν に対してすぐに解くことができる:

$$\nu = \bar{u}k - \frac{\beta k}{K^2}. \quad (7.91)$$

ここで, $K^2 \equiv k^2 + l^2$ は全水平波数の二次の量である.

さらに, $c_x = \nu/k$ であることを思い出すと, 平均風と比べて東西方向の位相速度は,

$$c_x - \bar{u} = -\beta/K^2, \quad (7.92)$$

である. したがって, ロスビー波の東西方向の位相の進み方は, 平均東西流と比べて常に西向きである. なお, ロスビー波の位相速度は水平波数の自乗の逆数に依存する. ゆえに, ロスビー波は分散性波動であり, その位相速度は波長の増加とともに高速に増加する.

この結果は 6.2.2 節での議論と整合的である. そこでは, 惑星渦度の移流は擾乱を弱める傾向にあり, 擾乱の波長が増加するとますます惑星渦度の移流が相対渦度

を支配することを示した。摂動論が適用可能であるくらいに擾乱の振幅が十分小さい場合、式 (7.92) はこの効果の定量的な指標を与える。典型的な中緯度の総観スケールの擾乱に対して、南北スケールと東西スケールは似ており ($l \approx k$)、東西波長は 6,000 km のオーダーをもち、式 (7.92) から計算される東西流と比べたロスビー波の位相速度は約 -8 m s^{-1} である。一般的に平均東西風は西向きで、 8 m s^{-1} 以上であるから、総観スケールのロスビー波はたいてい東向きに移動するが、地面と比べた位相速度は平均東西風速よりも幾分小さい。

長波長に対して、西向きのロスビー波の位相速度は、平均東西風による東向きの移流をバランスするくらいに十分大きく、その結果生じた擾乱は地表面に対して静止している。式 (7.92) から、

$$K^2 = b/\bar{u} \equiv K_s^2, \quad (7.93)$$

であるときにロスビー波の自由振動解は静止状態となることは明らかである。この状況の重要性は次節で議論される。

ロスビー波の位相速度は平均流に対して西向きであるが、これとは異なり、東西方向の群速度は平均流に対して西向きか東向きか的一方であろうし、東西波数と南北波数の比に依存する。けれども、静止ロスビーモード (つまり、 $c_x = 0$) に対して、東西方向の群速度は常に東向きであることがわかる。群速度の導出は読者の練習問題として残しておく (問 7.19 を見よ)。

完全なプリミティブ方程式系の擾乱の形式を用いることで自由惑星波の制限的な解析を実行することは可能である。その場合、自由モードの構造は表面と境界上部での境界条件に決定的に依存する。そのような解析の結果は数学的に複雑であるが、定量的には、浅水モデルにおけるものと似た水平方向の分散特性をもつ波を与える。静力学平衡下にあり重力で安定した大気で与えられる自由振動は、東進もしくは西進の重力波 (これは地球の回転によって僅かに修正される) と、西進のロスビー波 (これは重力的な安定性によって僅かに修正される) から成るということがわかる。これらの自由振動は大気における振動の標準モードである。したがって、大気に作用する様々な外力によってそれらが連続的に励起される。惑星スケールの自由振動は注意深い観測的研究から見ついているけれども、それらは一般的に弱い振幅をもつ。これは主にそのような波の多くは大きな位相速度をもつという特徴をもち、強制が非常に弱いためである。例外としては 16 日で東西方向に波数 1 の標準モードであり、冬の成層圏では非常に強い。

7.7.2 強制順圧ロスビー波