

1.5 層浅水系における加熱冷却が生成する 赤道スーパーローテーション

藤林 凜¹、櫛村 博基¹、高橋 芳幸¹、林 祥介¹

1. 神戸大学・大学院理学研究科 惑星学専攻

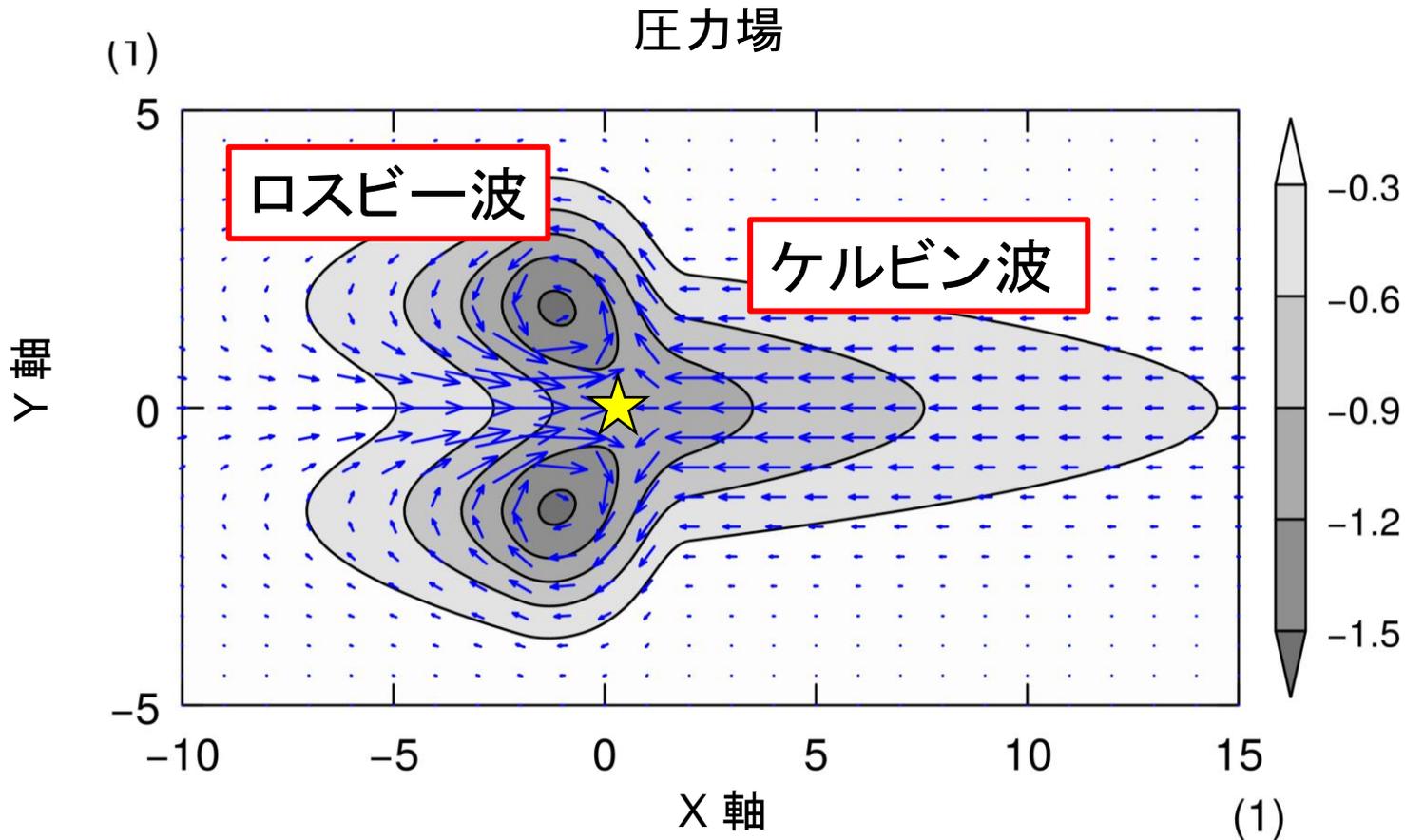
1.1 惑星大気のスーパーローテーション

- 金星、タイタン、潮汐固定された系外惑星では赤道で自転を追い越す風が吹いている
 - この東西風は“スーパーローテーション”と呼ばれる
 - その生成メカニズムは十分に理解されていない
- Hide の定理により、自転軸対称な系ではスーパーローテーションは生じない。すなわち非軸対称な流れ (例えば、波)が必要である

本研究では加熱と冷却に伴う赤道波による加速に着目

1.2 赤道波に関する古典的な研究

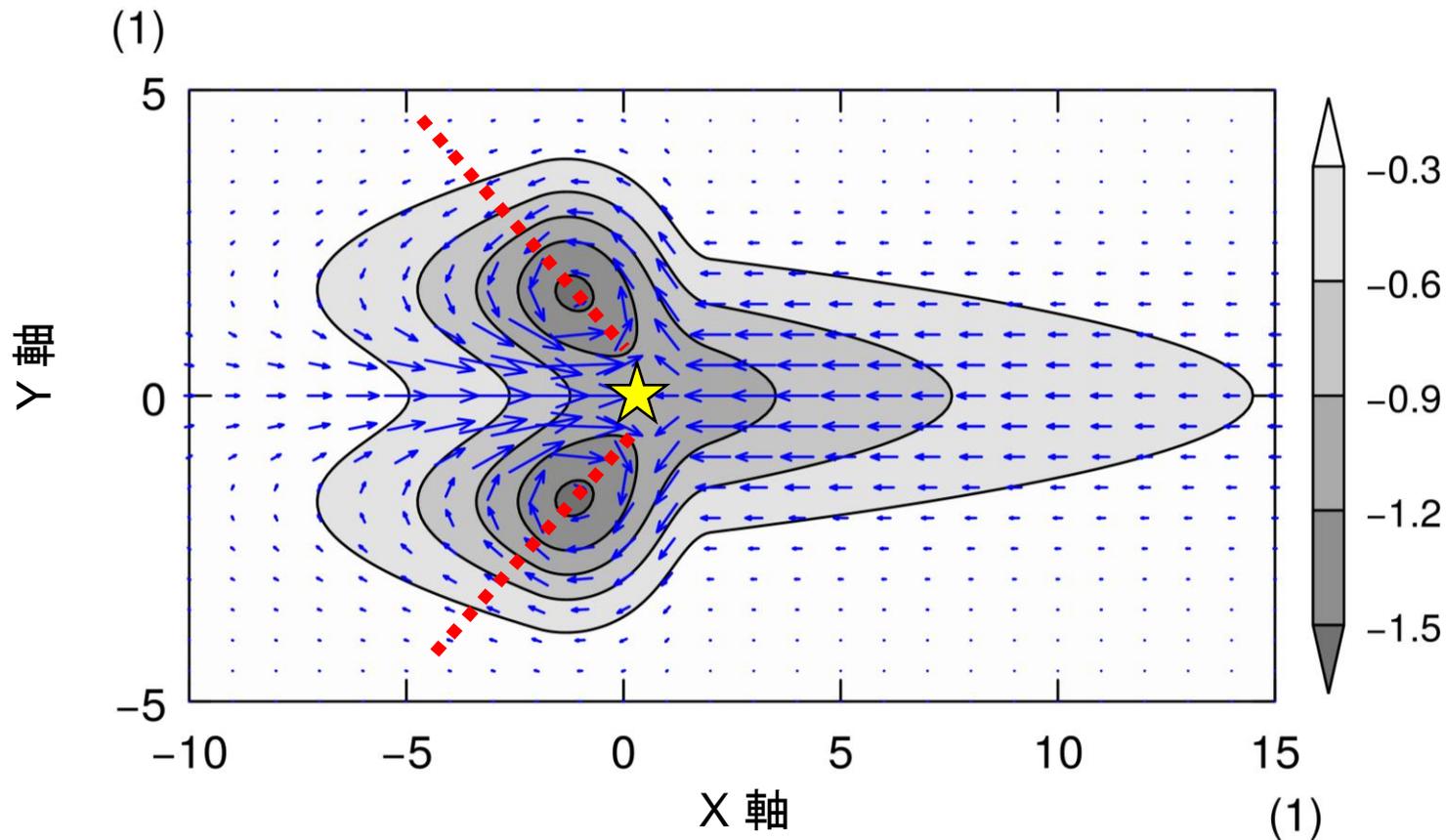
- Matsuno (1966)、Gill (1980)
 - 赤道で局所熱源が与えられるときの線形応答を与えた
 - 応答は西向きに伝播するロスビー波と東向きに伝播するケルビン波から成る



1.3 赤道波による平均流加速

- 赤道波による運動量輸送

- 応答は北半球で位相が北西から南東に傾いている (図の赤線)
- この傾きから東向き運動量が赤道に輸送される
 - 赤道スーパーローテーションが形成されることを予期する



1.4 浅水系におけるスーパーローテーション

- Showman and Polvani (2010) によって、次のことが示された:

- 赤道で加熱と冷却が与えられるとき

1 層浅水系において

スーパーローテーションが生じない

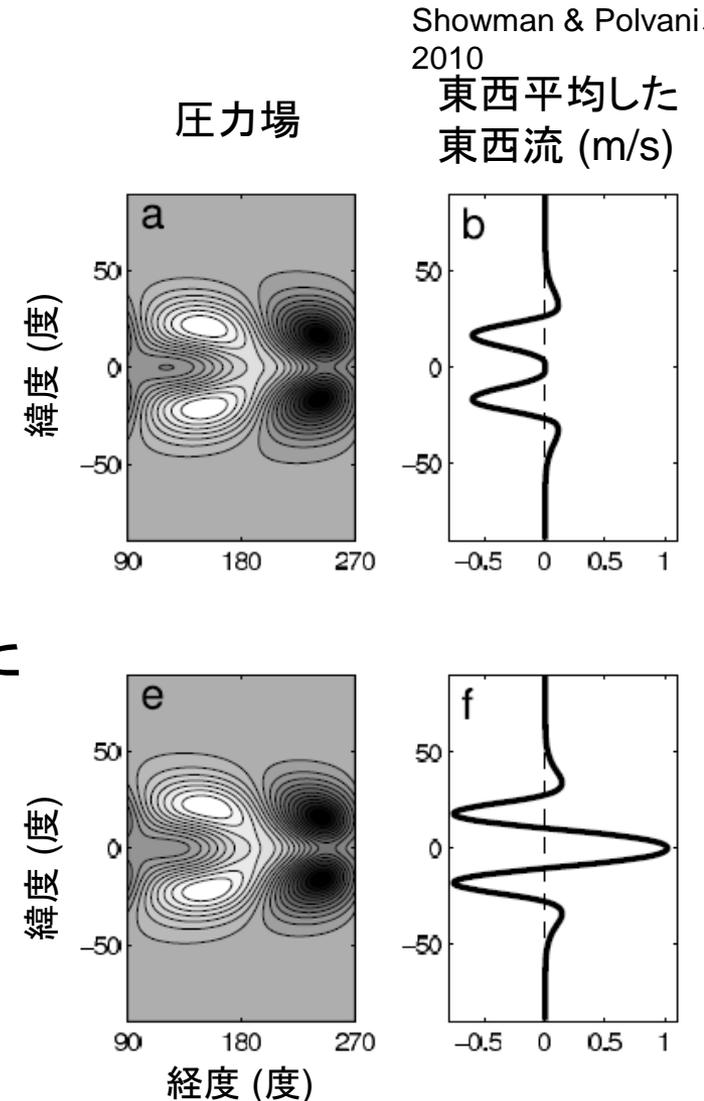
- 質量強制に伴う運動量変化による減速があるため

固体惑星からの運動量供給を加味した

1.5 層浅水系 (後述) において

赤道スーパーローテーションが生じる

- 固体惑星からの運動量供給による加速があるため



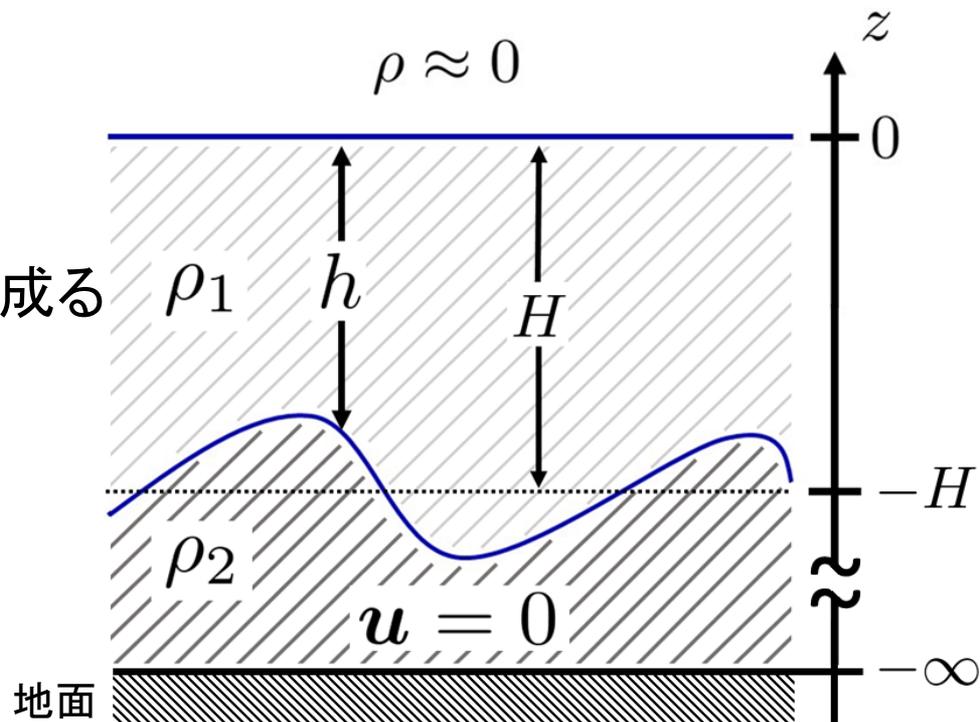
1.5 本研究の動機・目的

- Showman and Polvani (2010) は地球の惑星パラメータ (摩擦時定数 $\tau_{\text{drag}} = 5$ 日、放射時定数 $\tau_{\text{rad}} = 5$ 日) に対する結果しか示していない
- Showman and Polvani (2011) でパラメータ研究がなされたが、ホットジュピターを念頭にした加熱の与え方やパラメータ範囲で議論されていた
- 本研究では、Showman and Polvani (2010) と同じモデル、同じ加熱や惑星パラメータにおいて 摩擦時定数を $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$ に変化させ、赤道スーパーローテーションが生成されるかどうかを確かめる

2.1 問題設定

- 球面上の 1.5 層浅水系

- 活動的な上層と地面を感じて静止した下層から成る
- 上層と下層はそれぞれ一定の密度をもつ
- 上層上端は平坦



Vallis、2017 図 3.3 を改変

- 強制過程

- 赤道対称で東西方向に周期的な質量強制 (質量の生成/消滅) を与える

- 散逸過程

- レイリー摩擦とニュートン冷却

2.2 支配方程式系

- 上層に対する方程式系
 - 運動方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + g' \nabla h + f \mathbf{k} \times \mathbf{u} = \mathbf{R} - \frac{\mathbf{u}}{\tau_{\text{drag}}}$$

- 質量保存の式

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h \mathbf{u}) = S - \frac{h - H}{\tau_{\text{rad}}} \equiv Q$$

- ここで Q は質量強制と散逸項の和で定義し、正味の強制を示す

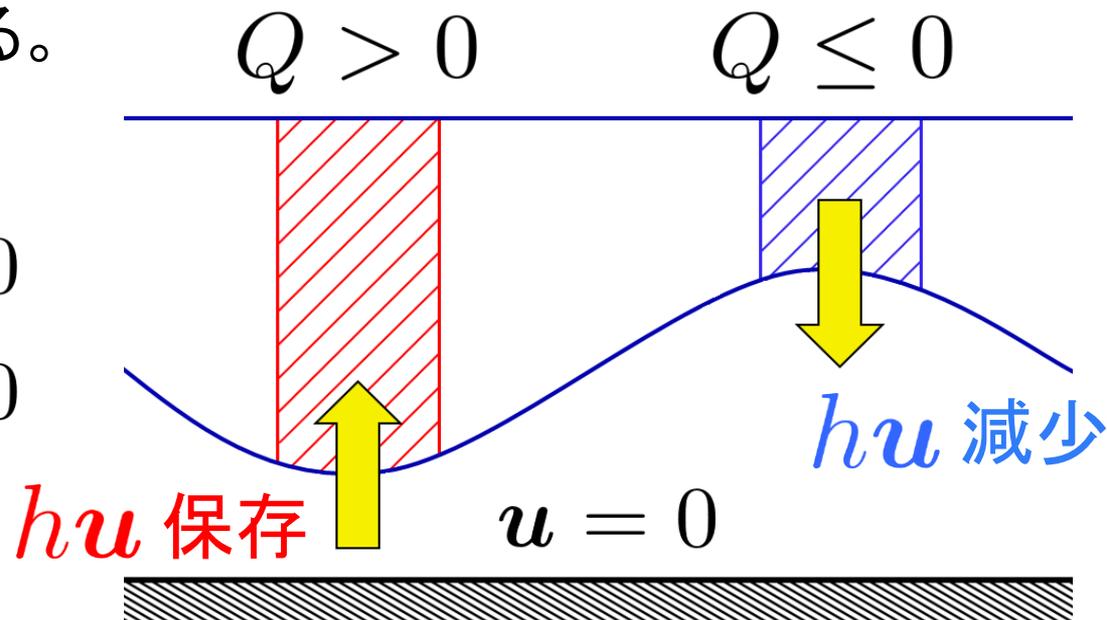
つまり $Q \leq 0$ の領域は加熱領域、
 $Q > 0$ の領域は冷却領域に対応する

u	: 水平速度
h	: 上層の厚さ
H	: 上層の平均厚さ
g'	: (低減) 重力加速度
f	: コリオリパラメータ
S	: 質量強制
Q	: 熱強制
τ_{drag}	: 摩擦時定数
τ_{rad}	: 放射時定数

2.3 固体惑星からの運動量供給

- 運動方程式中の項 R は
下層から上層への固体惑星からの運動量供給を表す
 - 加熱領域では下層から上層へ質量が輸送されるが、下層は静止しているため、その運動量はゼロである。下図のカラム中の運動量 hu は保存する。
 - 冷却領域では上層の質量を運動量とともに下層に捨てる。そのとき hu は減少する。

$$R = \begin{cases} -\frac{Qu}{h}, & Q > 0 \\ 0, & Q \leq 0 \end{cases}$$



2.4 数値モデルと実験設定

- 数値モデル: スペクトル変換ライブラリ (SPMODEL) を用いて作成
 - 空間離散化: 球面調和関数展開
 - 時間離散化: Adams-Bashforth 法
- 実験設定: Showman and Polvani (2010) とほぼ同じ

<https://www.gfd-dennou.org/library/spmodel/>

- 解像度

- 格子点数 (経度方向): 512
- 格子点数 (緯度方向): 256
- 三角切断波数: 170

- 初期条件

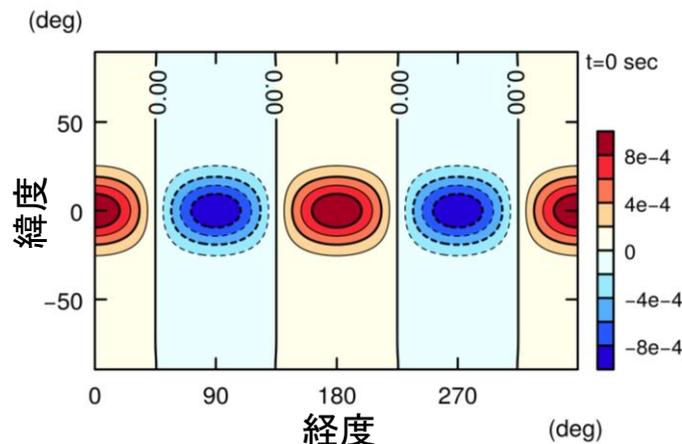
- 厚さ一定・静止状態

- 惑星パラメータ: 地球と同じ

- 惑星半径: 6.4×10^6 m
- 自転角速度: 7.3×10^{-5} rad s⁻¹
- 重力加速度: 9.8 m s⁻²
- 上層の平均厚さ: 400 m

- 質量強制

- 経度方向にサイン型、緯度方向にガウス型

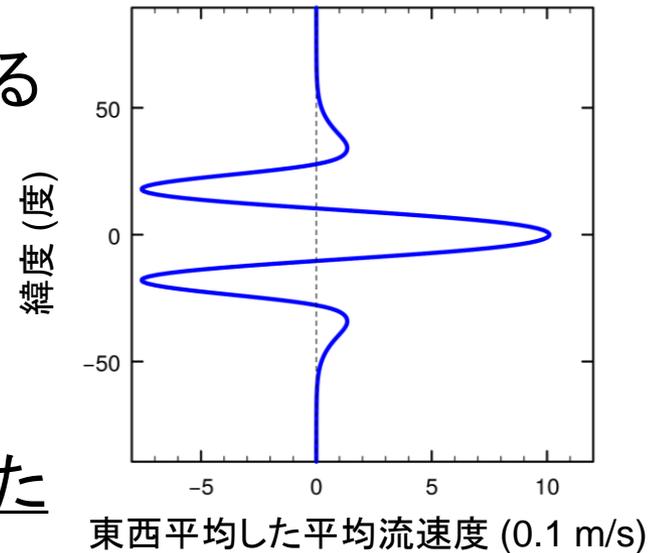
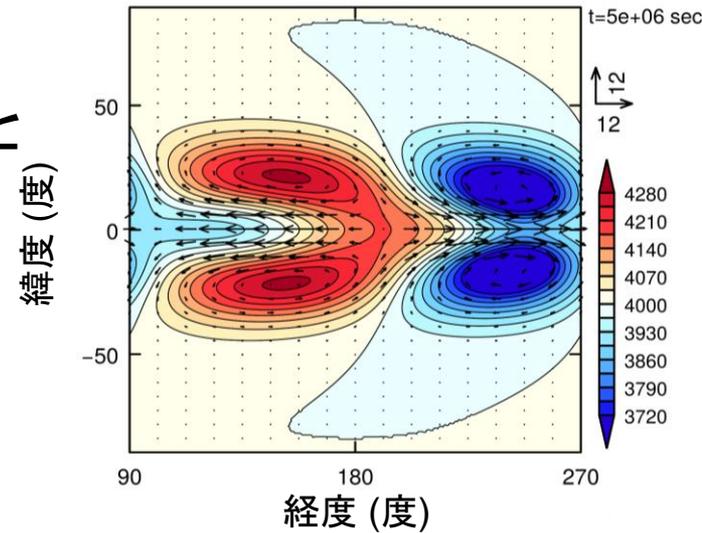


- 散逸過程

- 摩擦時定数: $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$
- 放射時定数: 5 日

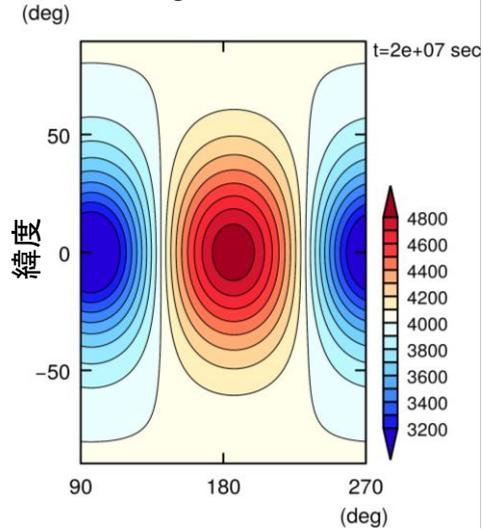
3.1 標準実験結果 ($\tau_{\text{drag}} = 5$ 日)

- ジオポテンシャル場と速度場
 - 亜熱帯において東西波数 2 の高気圧と低気圧があり、ジオポテンシャルと速度場はほぼ地衡流平衡下にある
 - ジオポテンシャル場の位相は、北半球では北西から南東へ、南半球では南西から北東へ傾いている
 - 東向き運動量が赤道へ輸送される
- 平均流分布
 - 赤道で最も速く東向きであり、亜熱帯で西向きである
 - 赤道スーパーローテーションが生じた

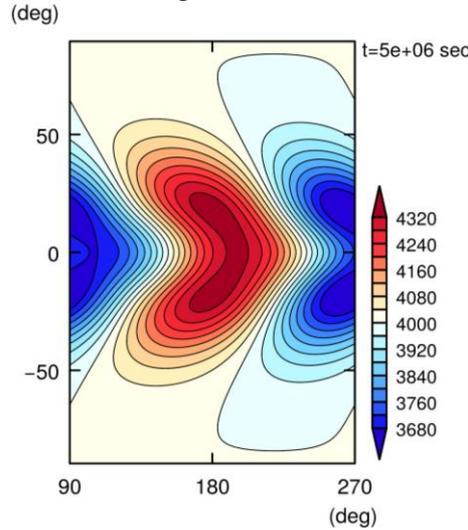


3.2 様々な摩擦時定数におけるジオポテンシャル場

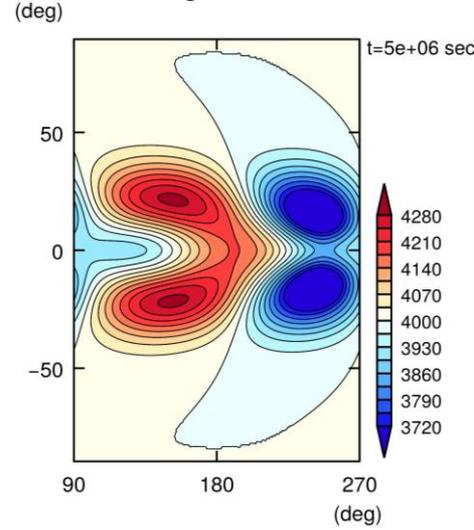
$\tau_{\text{drag}} = 0.1$ 日



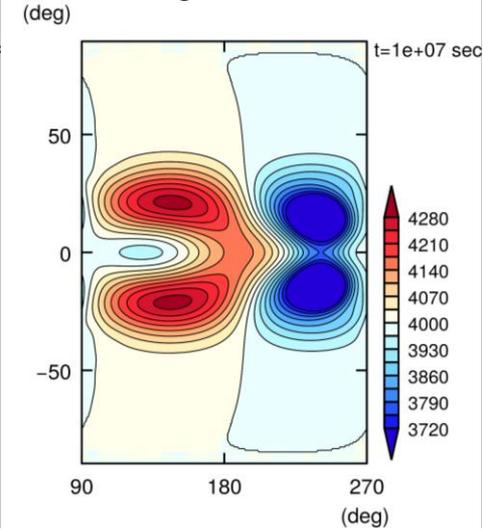
$\tau_{\text{drag}} = 1$ 日



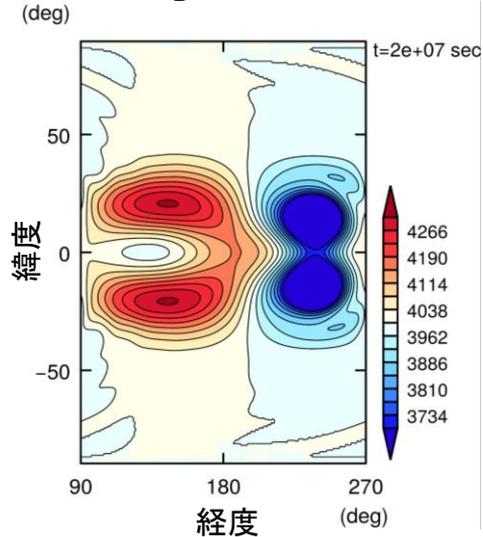
$\tau_{\text{drag}} = 5$ 日



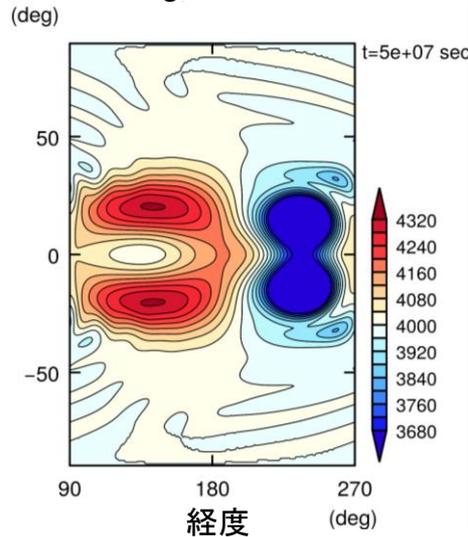
$\tau_{\text{drag}} = 10$ 日



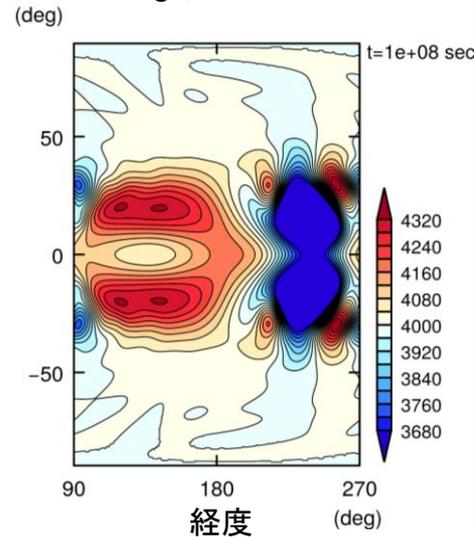
$\tau_{\text{drag}} = 20$ 日



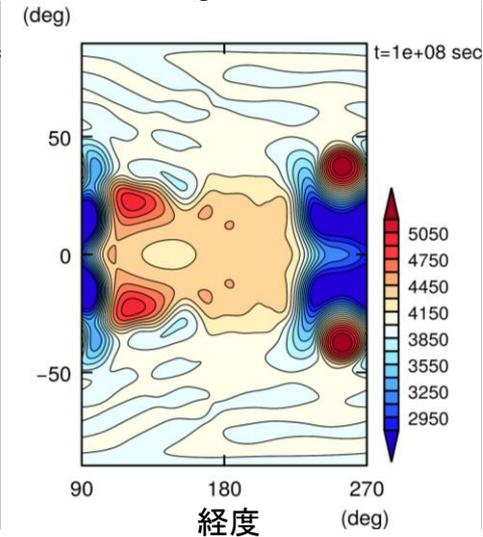
$\tau_{\text{drag}} = 50$ 日



$\tau_{\text{drag}} = 100$ 日



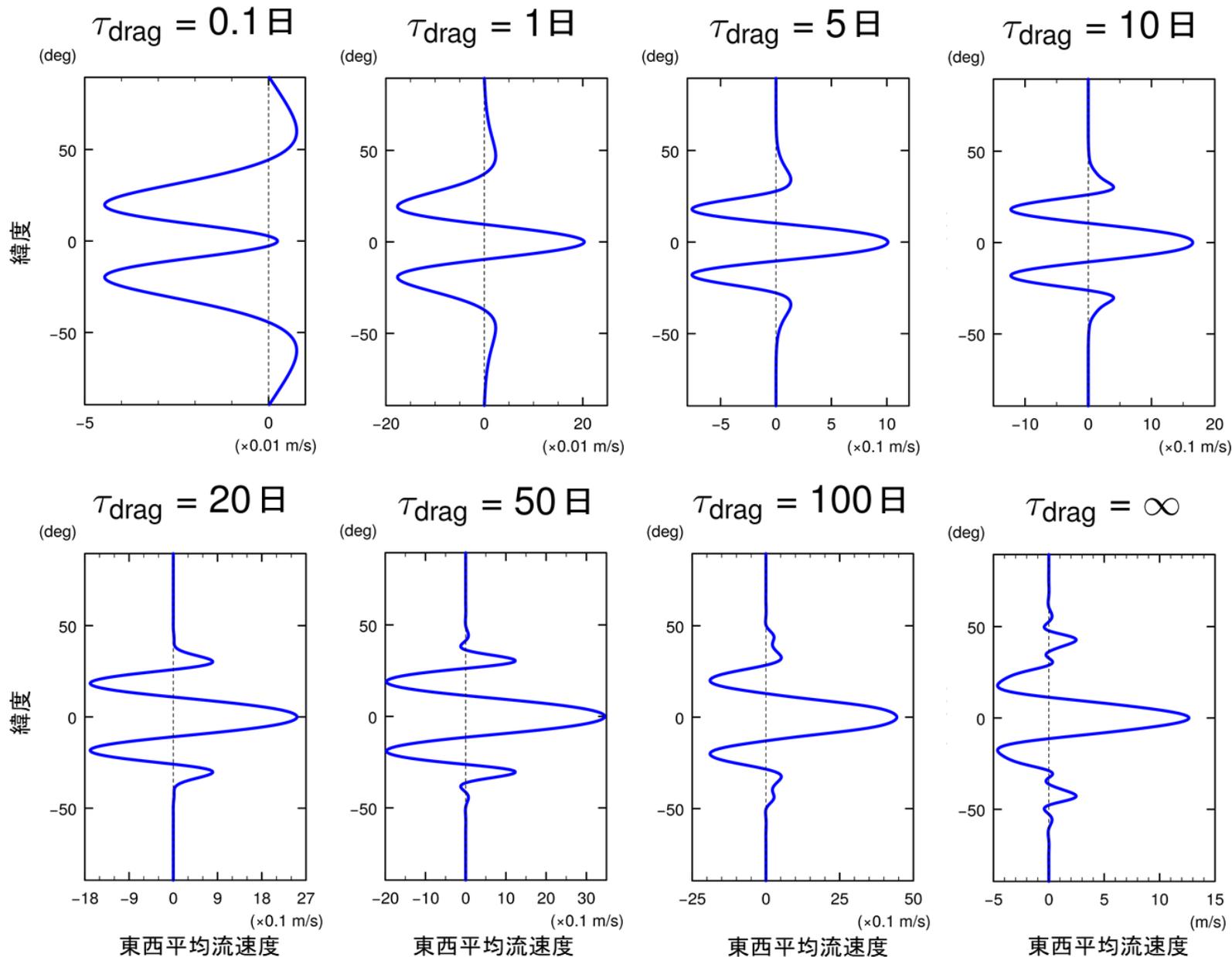
$\tau_{\text{drag}} = \infty$



3.3 ジオポテンシャル場の摩擦時定数依存性

- 摩擦が強い場合 ($\tau_{\text{drag}} = 0.1$ 日)
 - 場の振幅は大きく、質量強制に似たパターンを示す
 - 高気圧・低気圧の位相は南北方向に一定
- 摩擦が弱い場合 ($1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 20 \text{ 日}$)
 - Matsuno-Gill 解に似たパターンを示す
 - 摩擦が弱くなるにつれて
 - 高気圧に比べて低気圧の応答が強くなる
 - 低気圧は赤道へ近づく
- 摩擦が極めて弱い場合 ($\tau_{\text{drag}} \geq 50$ 日)
 - 北 (南) 半球において低気圧の北 (南) 側に高気圧が生成される

3.4 様々な摩擦時定数における東西平均流の緯度分布



3.5 平均流の摩擦時定数依存性

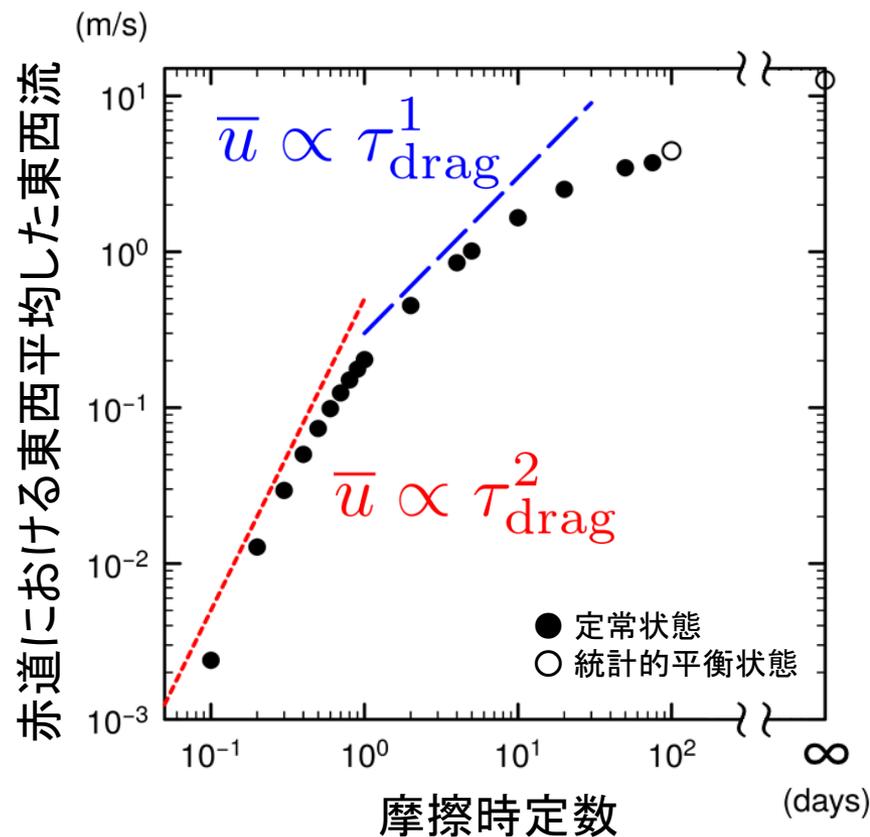
- 全ての場合で赤道上の東西平均東西流が正、つまりスーパーローテーションが生じた
- 摩擦時定数が大きくなると平均流速が大きくなる

— $\tau_{\text{drag}} \leq 1$ 日

- 平均流速は摩擦時定数の自乗に比例する

— $\tau_{\text{drag}} > 1$ 日

- 摩擦時定数が大きくなると平均流速の増加率が小さくなる



➤ 運動量収支を計算し、この関係を明らかにする

3.6 運動量収支の解析

- 東西平均した東西流の時間発展方程式を用いて運動量収支を計算する

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \underbrace{\bar{v}^* \left[f - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial(\bar{u} \cos \phi)}{\partial \phi} \right]}_{\text{I}} \underbrace{- \frac{1}{\bar{h} a \cos^2 \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} [(\overline{h v})' u' \cos^2 \phi]}_{\text{II}}$$

$$+ \underbrace{\frac{1}{\bar{h}} \overline{u' Q'}}_{\text{IIIa}} + \underbrace{\overline{R_u}}_{\text{IIIb}} - \underbrace{\frac{\bar{u}^*}{\tau_{\text{drag}}}}_{\text{IV}} - \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial(\overline{h' u'})}{\partial t}$$

R_u : 項 R の東西成分

- : 東西平均
- ' : 東西平均からのずれ
- * : 層厚で重みづけした東西平均

- 各項は以下に起因する加速度を示す

I . 残差子午面循環による運動量移流

II . 渦の運動量フラックスの水平収束

III . 鉛直方向の運動量移流

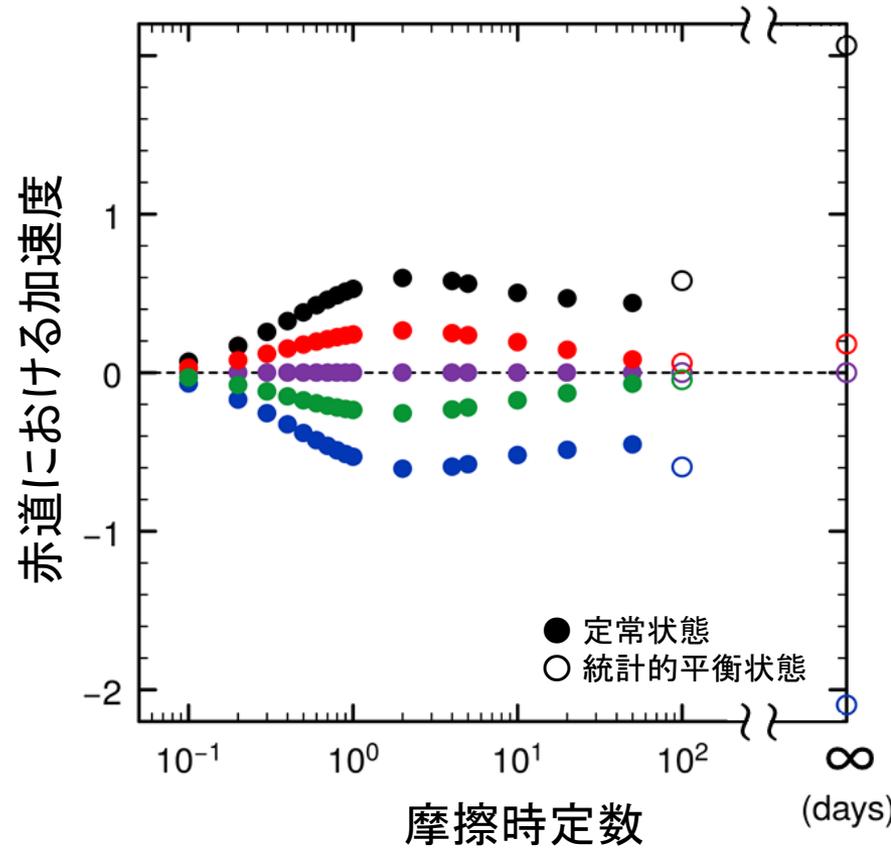
- IIIa. 質量強制に伴う運動量変化
- IIIb. 固体惑星からの運動量供給

IV . 摩擦による運動量変化

3.7 赤道における運動量収支

- 運動量フラックスの収束による東向き加速 (●) は、質量強制に伴う運動量変化による西向き加速 (●) によって打ち消されている
- 固体惑星からの運動量供給による東向き加速 (●) が、赤道スーパーローテーションの生成・維持に寄与している

($\times 10^{-5} \text{ m/s}^2$)



- I. 残差子午面循環による運動量移流
- II. 渦の運動量フラックスの水平収束
- IIIa. 質量強制に伴う運動量変化
- IIIb. 固体惑星からの運動量供給
- IV. 摩擦に伴う運動量変化

➤ この構造は Showman & Polvani で説明されていた構造であるが、

τ_{drag} を大きく変化させても変わらなかった

4.1 平均流と摩擦時定数の関係に対する考察

- 全ての場合で実験結果から赤道において

$$\overline{R_u}^* \sim \frac{\overline{u}^*}{\tau_{\text{drag}}} \quad (1)$$

である

- 摩擦が強い場合 ($0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$)

- 擾乱成分は 圧力傾度力と 摩擦力のバランスが支配的

$$-g \frac{\partial h'}{\partial x} = \frac{u'}{\tau_{\text{drag}}} \quad (2)$$

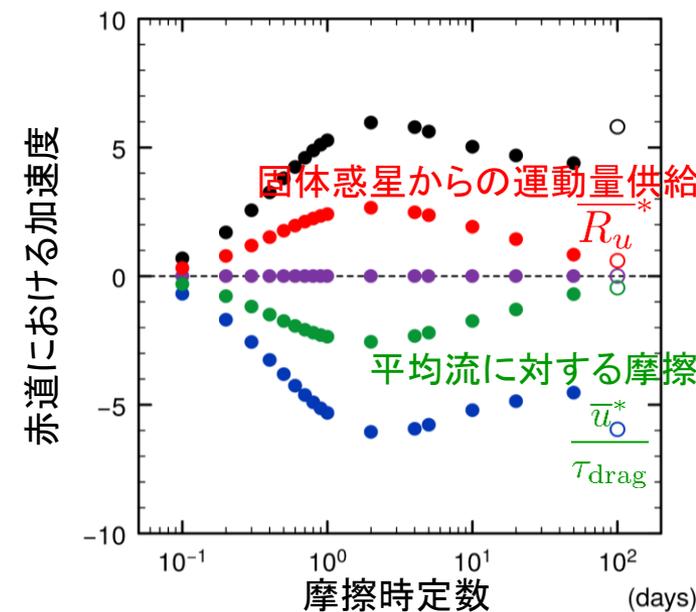
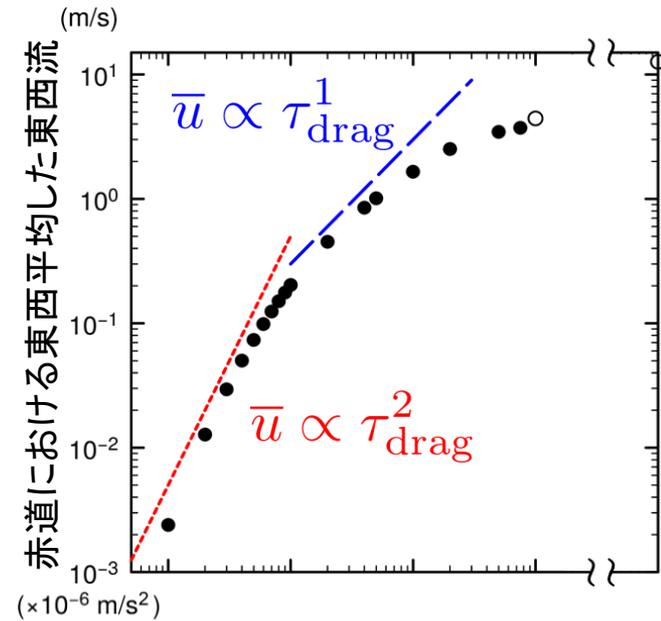
- (2) に h' を掛けて東西平均すると $\overline{h'u'} = 0$

➤ $\overline{u} = \overline{u}^*$ (3)

- (3) を用いると、(1) から加熱領域において

$$\overline{R_u}^* = -\frac{1}{h} (\overline{uQ} + \overline{u'Q'}) \sim \frac{\overline{u}}{\tau_{\text{drag}}} \quad (4)$$

である



4.1 平均流と摩擦時定数の関係に対する考察

- 摩擦が強い場合 ($0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$)

- $u' \gg \bar{u}$ と $Q' \gg \bar{Q}$ であり、
 u' と Q' の位相差は約 60 度であるから
 $\overline{u'Q'} \gg \bar{u}\bar{Q}$ である (右図)
- よって、(4) から

$$\bar{u} \propto \tau_{\text{drag}} \left| \overline{u'Q'} \right| \quad (5)$$

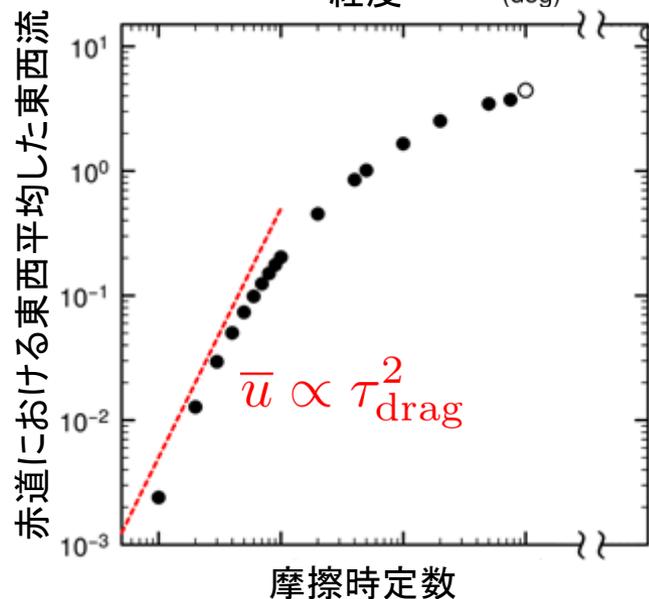
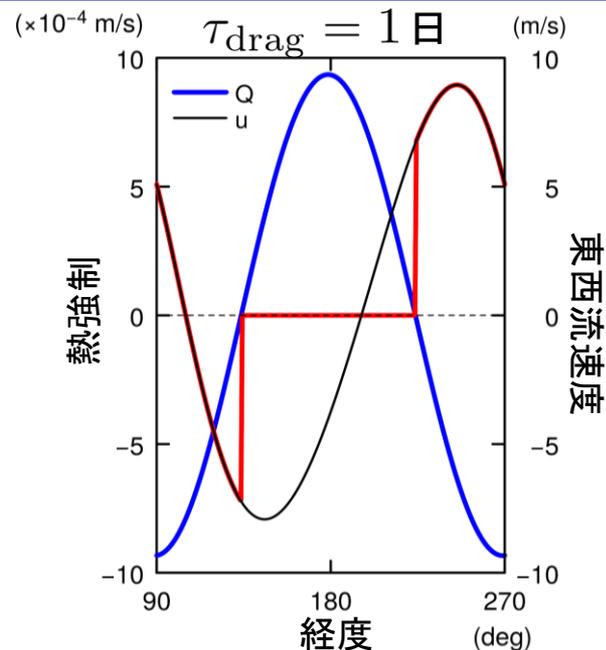
である

- 圧力傾度力と摩擦力のバランス (2) において
 圧力傾度力が一定であると仮定すると

$$|u'| \propto \tau_{\text{drag}}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

である

- (5) と (6) から 平均流速が摩擦時定数の
 自乗に比例するとわかる



4.1 平均流と摩擦時定数の関係に対する考察

- 摩擦が弱い場合 ($1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$)

- 摩擦が強い場合と同様、運動量収支から赤道における運動量バランスは

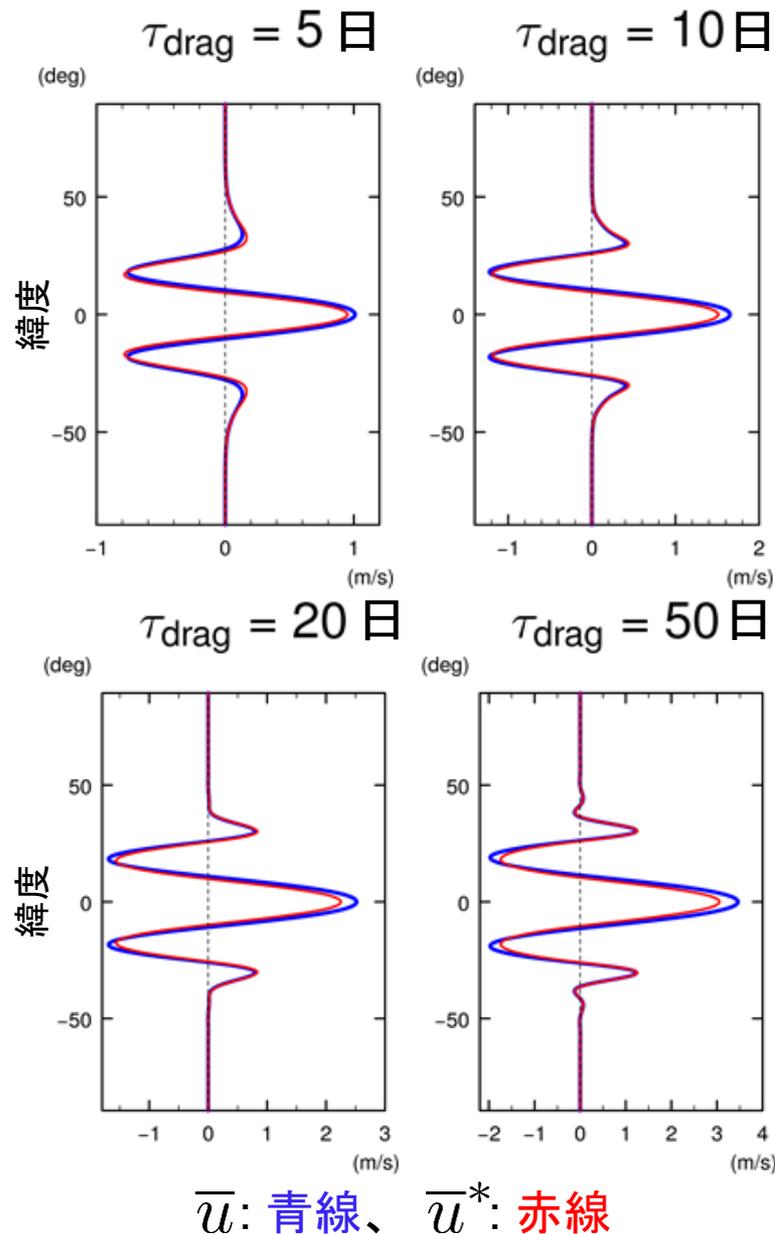
$$\overline{R_u}^* \sim \frac{\overline{u}^*}{\tau_{\text{drag}}} \quad (1)$$

である

- 右図から $\overline{u}^* \sim \overline{u}$ である
- よって、(1) から

$$\overline{u} \sim \tau_{\text{drag}}^1 \overline{R_u}^*$$

である

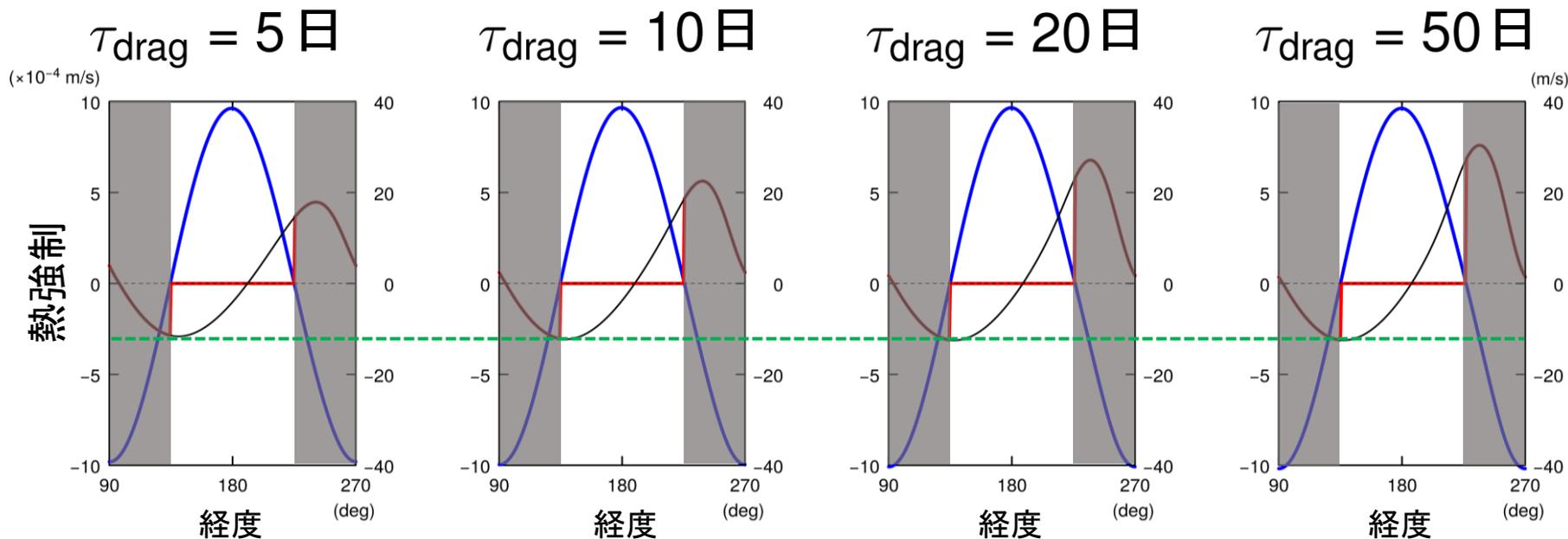
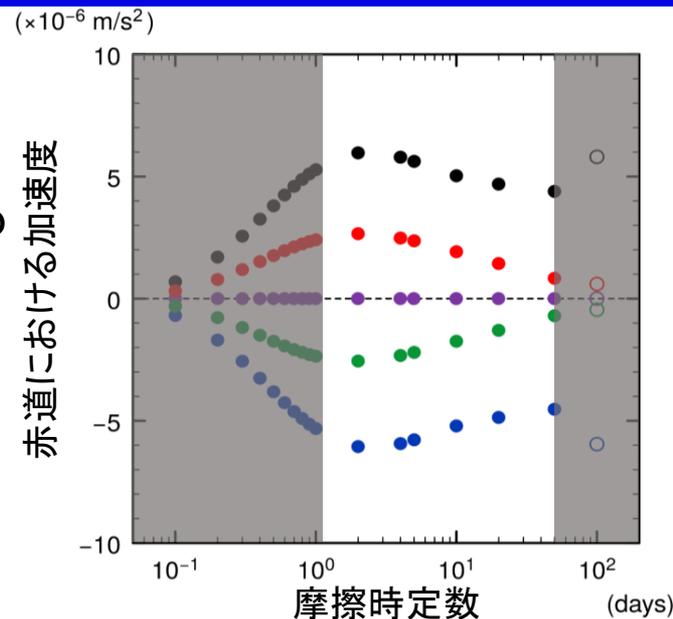


4.1 平均流と摩擦時定数の関係に対する考察

● 摩擦が弱い場合 ($1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$)

- 摩擦時定数が大きくなるにつれて固体惑星からの運動量供給による加速 $\overline{R_u}^*$ が小さくなっている
- なぜなら加熱領域の東側では摩擦時定数が大きくなるにつれて西風の擾乱成分が大きくなっているから (下図)

- よって、摩擦が弱い場合の摩擦時定数依存性は、
 $\overline{u} \propto \tau_{\text{drag}}^1$ よりも小さくなっている



4.2 まとめ

固体惑星からの運動量供給を加味した 1.5 層浅水系において摩擦時定数を $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq \infty$ に変化させた実験を行った

– 全ての場において

- 赤道スーパーローテーションが生成された
- 固体惑星からの運動量供給が重要であることが確かめられた

– 摩擦時定数が大きくなるにつれて、スーパーローテーション速度が大きくなった

- 平衡状態では、固体惑星からの運動量供給による平均流加速 ($\overline{R_u}^*$) と摩擦による減速 ($\overline{u}^* / \tau_{\text{drag}}$) が釣り合う
- $0.1 \text{ 日} \leq \tau_{\text{drag}} \leq 1 \text{ 日}$: 平均流速度は摩擦時定数の自乗に比例した
 - 摩擦項が卓越し、固体惑星からの運動量供給も摩擦時定数に比例するため
- $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq \infty$: 摩擦時定数が大きくなるにつれて平均流速度の増加率が $\propto \tau_{\text{drag}}^{-1}$ よりも小さくなった
- 特に $1 \text{ 日} < \tau_{\text{drag}} \leq 50 \text{ 日}$ の範囲では、固体惑星からの運動量供給による東向きの加速が小さくなるのが原因だとわかった
 - 摩擦時定数が大きくなるにつれて加熱領域の東側では西風の擾乱成分が大きくなるため