

金星大気を想定した浅水モデルにおけるシアー不安定

S. Iga and Y. Matsuda

0 要旨

球面浅水モデルにおけるシアー不安定の問題は金星の雲層上端で観測された風の分布の三つの型に対して調べられてきた。風の分布が順圧的そして慣性的に安定なときでさえも全ての分布に対して不安定なケルビンモードが得られる。これらの不安定なモードの固有関数はケルビンモードと連続モードの混合種であり、それらは臨界緯度で特異点をもつ。強いジェットを伴うような順圧的に不安定な分布に対しては不安定なロスビーケルビンモードも得られる。ラムパラメータ $\epsilon = (2a\Omega)^2/gH$ が大きいとき、他の不安定な重力モードとともに、これらのモードは慣性不安定モードの性質をもち、それらは熱帯の慣性不安定における先行研究によって示される。不安定なモードが不安定化するメカニズムは共鳴理論を用いて示される。

本研究で得られる成長モードのほとんどすべてに対して角運動量フラックスが赤道向きであることがわかる。この結果は共鳴理論が予測するところと整合的である。この運動量輸送は、子午面循環に基づく金星大気のスーパーローテーションを形成するメカニズムにもつながる。不安定なケルビンモードは、金星の雲層上端の赤道域で観測された4日の波のソースとして考えられる。

1 導入

球面の浅水モデルの固有値問題についてはいくつかの著者によってすでに調べられてきた。剛体回転の基本場に重ねられる擾乱がラプラスの潮汐方程式によって示されるということがよく知られており (例えば Lindzen 1966, Longuet-Higgins 1968), 全ての固有値は正の相当深さに対して中立である。一方で基本の東西風が

緯度方向にシアーをもつとき固有値問題は線形の不安定問題を構成する. Stevens and Ciesielski (1986) は “一般化されたラプラスの潮汐方程式” を中緯度もしくは赤道におけるジェットを伴う場合に適用した. Dunkerton (1990) と Winter and Schmitz (1998) はそれを上部対流圏と中間圏 (ここで緯度方向のシアーが熱帯域に存在する) に適用した. この球面浅水モデルは太陽のタコクラインの不安定問題にも適用される. Dikpati and Gilman (2001) は東西風の角速度が赤道で最大となるような緯度方向の差動回転の不安定を調べた.

本研究では金星大気の大気層上端で観測された東西風の擾乱の不安定を調べたいと考えた. この東西風の分布は赤道対称であり, 中緯度もしくは高緯度でジェットをもつ. この分布は上で述べた場合とは本質的に異なる.

金星の剛体部分の長い自転周期 (243 日) とは対照的に, その大気は高速に回転する. 大気層上端での (高度 65–70 km 付近での) 風速は約 100 m s^{-1} であり, その回転よりも 60 倍も速い. この “スーパーローテーション” を説明するために多くの理論が提示されてきた. それにも関わらず, それらのうち自己矛盾のないものはなく, また観測によって確認されるものもない.

それらの間で子午面循環によるメカニズム (Gierasch 1975) は興味深い. なぜなら大気層上端で観測される極向きの流れが子午面循環の存在を示唆しているようであるからである. けれども Gierasch (1975) とそれに続く研究 (Matsuda 1980, 1982, Safrai and Chalikov 1992, Iga and Matsuda 1999) では, 子午面循環による極向きの各運動量移流があるにも関わらず, 赤道へ角運動量 (AM) を輸送するために, 剛体基盤なしの渦の非常に大きな水平粘性を仮定した. Rossow and William (1979) の順圧モデルでは, 順圧的な渦は赤道へ角運動量を輸送するが, それらは南北移流の代わりに強制項によって子午面循環の効果を表現した. Iga and Matsuda (1999) は彼らのモデルにおいて現実的な子午面循環の南北移流を与えた. けれども, 順圧不安定によって生成された順圧的な渦によって角運動量が赤道へ輸送されたが, 中緯度で非現実的な強いジェットが形成された. 金星のような GCM (Del Genio et al. 2003, Del Genio and Zhou 1996, Yamamoto and Takahashi 2003) では子午面循環によってスーパーローテーションが再形成されたようだが, 彼らのモデルにおける赤道への角運動量輸送のメカニズムは曖昧なものであるようだ.

金星大気における不安定な内部モードは, 角運動量を赤道へ輸送する渦の重要なソースであろう. 鉛直方向の風のシアーをもつ三次元の金星大気における線形の不安定問題が Young et al. (1984) と Elson (1989) によって試験されたが, 水平方向の角運動量輸送は報告されていない. Elson (1982) と Michelangeli et al. (1987) は非発散順圧モデルを用いて金星の風の分布の順圧不安定を調べた. けれども順圧不安定を起こすために十分に強いジェットの存在は現実の金星大気において疑わ

しい。温度風の見積もりは高度 70 km で東西風の分布が一定の周期で順圧的に不安定であることを示唆する (Walterscheid et al. 1985)。けれども雲層上端における雲追跡による観測は観測期間にわたって平均された東西風速が低緯度もしくは中緯度でほとんど一定であることを示す (Limaye and Suomi 1981, Limaye et al. 1982, 1988, Belton et al. 1991)。つまり雲層上端での東西風の分布が順圧的に安定であることが示唆されている。

よってこれらの分布に対して純粋に順圧なものを除いて可能な不安定を試験することは合理的である。浅水系は、発散の効果が考慮されているという点において、非発散順圧系とは異なる。Ripa (1983) によると浅水系において不安定の必要条件は緩く、発散の効果は慣性不安定と同様の不安定のうち他のものを許す。地球の大気海洋で観測される順圧流れの分布の慣性不安定はこれまで広く調べられている (例えば Dunkerton 1981, 1983, 1990, Boyd and Christidis 1982, Stevens 1983, Stevens and Ciesielski 1986, Hua et al. 1997, Winter and Schmitz 1998, Griffiths 2003a,b)。一方で, Allison and Del Genio (1994) は金星とタイタンの大気において慣性不安定の存在を示唆する。本研究では浅水方程式系の枠組みで金星の風の分布の不安定を調べるつもりである。

本論文は以下のように構成される。2 節では方程式系と不安定問題を解くための方法が示される, 3 節では得られた結果が示される。固有値 (振動数と成長率), 成長モードの固有関数 (南北構造), 角運動量の南北輸送が詳細に試験される。4 節では不安定モードの不安定化メカニズムが共鳴理論を用いて説明される。5 節では金星大気に対する我々の計算で得られた結果の意味が議論される。6 節では結論が与えられる。

2 問題へのアプローチ

a. 方程式系

球面上の線形化された浅水方程式系は,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\bar{u}u')}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} - \frac{\bar{u}v' \tan \theta}{a} = 2\Omega v' \sin \theta - \frac{g}{a \cos \theta} \frac{\partial h'}{\partial \lambda}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial(\bar{u}v')}{\partial \lambda} + \frac{2\bar{u}u' \tan \theta}{a} = -2\Omega u' \sin \theta - \frac{g}{a} \frac{\partial h'}{\partial \theta}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \theta} + \frac{\bar{u}}{a \cos \theta} \frac{\partial h'}{\partial \lambda} + \bar{h} \nabla_H \cdot \mathbf{v}' = 0, \quad (3)$$

と書かれる. ここで h は流体層の厚さ, \mathbf{v} は東向き velocity u と北向き velocity v から成る水平速度ベクトル, θ は緯度, λ は経度, g は重力加速度, t は時間, a は惑星半径, Ω は回転する惑星の角速度である. バー付きの変数は基本状態を表し, プライム付きの変数は基本状態からのずれを示す. 基本状態は静止していると仮定すると, 傾度風平衡は以下を満たす:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{h} + h_g) = - \left(2\Omega \bar{u} \sin \theta + \frac{\bar{u}^2}{a} \tan \theta \right), \quad (4)$$

ここで下端のずれ h_g は東西方向に一様と仮定される.

球面浅水系で今までなされてきた研究において h_g の南北分布を特定する二つの異なる方法がある. Dikpati (2001) は図 1a に示されるように $h_g = 0$ と仮定した. 一方で, 図 1b に示されるように \bar{h} が一定であると仮定すると, (3) は.

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + \frac{\bar{u}}{a \cos \theta} \frac{\partial h'}{\partial \lambda} + H \nabla_H \cdot \mathbf{v}' = 0, \quad (5)$$

となる. ここで H は等価深さである ($H \equiv \bar{h} = \text{一定}$). (1),(2),(5) で構成される系は鉛直シアのない基本風をもつ三次元の線形プリミティブ方程式系から水平構造方程式として導かれ (Boyd 1978), Stevens and Ciesielski (1986), Dunkerton (1990), Winter and Schmitz (1998) はこの方程式系 ($\bar{h} = \text{一定}$) を扱ってきた. 本研究では後者の系を採用する. Lindzen (1966) の後に鉛直波長が導かれる:

$$L_z \equiv 2\pi \left[\frac{N^2}{gH} - \frac{1}{4h_s^2} \right]^{-1/2}. \quad (6)$$

ここで N はブラントバイサラ振動数, h_s はスケールハイトである.

擾乱の変数は $\exp[i(m\lambda - \sigma t)]$ に比例すると仮定し, 無次元変数をアスタリスクを用いて $(\bar{u}^*, u_m^*, v_m^*) \equiv (2\Omega a)^{-1}(\bar{u}, u_m, v_m)$, $h_m^* \equiv (2a\Omega)^{-2}gh_m$, $t^* \equiv 2\Omega t$, $\sigma^* \equiv (2\Omega t)^{-1}\sigma$ と定義すると, 方程式系 (1), (2), (5) は以下のように書き換えられる:

$$-i\sigma^* u_m^* + im \frac{\bar{u}^* u_m^*}{\cos \theta} + v_m^* \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial \theta} - \bar{u}^* v_m^* \tan \theta = v_m^* \sin \theta - \frac{im h_m^*}{\cos \theta}, \quad (7)$$

$$-i\sigma^* v_m^* + im \frac{\bar{u}^* v_m^*}{\cos \theta} + 2\bar{u}^* u_m^* \tan \theta = -u_m^* \sin \theta - \frac{\partial h_m^*}{\partial \theta}, \quad (8)$$

$$-i\sigma^* h_m^* + im \bar{u}^* \frac{h_m^*}{\cos \theta} = -\frac{\epsilon^{-1}}{\cos \theta} \left[im u_m^* + \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos \theta v_m^*) \right], \quad (9)$$

ここで $\epsilon \equiv (2\Omega a)^2/gH$ はラムパラメータである.

b. 方法

方程式系 (7)-(9) を σ^* に関する固有値問題として解く必要がある. 始めに変数 u_m^* , v_m^* , h_m^* を 85 で切断された全波数 n をもつルジャンドル関数に展開し, 式 (7)-(9) はマトリックス形式で書き換えられ, QR 法によって解かれる. けれども, 小さな $\text{Im}(\sigma^*)$ をもつモードのいくつかは臨界緯度付近で細かい構造をもつ. QR 法は高解像度に対して時間がかかる. よって σ^* の第一推定値として QR 法によって得られた固有値を用いることで, 赤道から極までに 10 000 点の格子点をもつシューティング法 (例えば Press et al. 1992) が使われる. Dunkerton (1990) に則って, 式 (7)-(9) から u_m^* と v_m^* を消去し, 方程式系を

$$\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial \mu^2} - B(\sigma^*, \mu) \frac{\partial \phi_m^*}{\partial \mu} - A(\sigma^*, \mu) \phi_m^* = 0, \quad (10)$$

とする. ここで,

$$A(\sigma^*, \mu) \equiv \frac{1}{1 - \mu^2} \left[m(m+1) - m\mu \frac{1}{\Delta^*} \frac{\partial \Delta^*}{\partial \mu} + \epsilon \Delta^* + \frac{m}{\Delta^* \hat{\sigma}^*} \left(f_1^* \frac{\partial \Delta^*}{\partial \mu} - \Delta^* \frac{\partial f_1^*}{\partial \mu} \right) \right], \quad (11)$$

$$B(\sigma^*, \mu) \equiv \frac{1}{\Delta^*} \frac{\partial \Delta^*}{\partial \mu} + \frac{2\mu(m+1)}{(1 - \mu^2)}, \quad (12)$$

$$\Delta^* \equiv f_1^* \bar{\zeta}^* - \hat{\sigma}^{*2} \quad (13)$$

v であり, さらに $\phi_m^*(\mu) \equiv (1 - \mu^2)^{-m/2} h_m^*$, $\mu \equiv \sin \theta$, $f^* \equiv \sin \theta$, $f_1^* \equiv f^* + 2\bar{u}^* \tan \theta$, $\hat{\sigma}^* \equiv \sigma^* - m\bar{u}^* / \cos \theta$, $\bar{\zeta}^* \equiv f^* - \partial(\bar{u}^* \cos \theta) / \partial \mu$ である. 式 (10) において極における特異点を避けるために h_m^* の代わりに ϕ_m^* が使われる. シューティング法によって式 (10) が解かれ, 以下の境界条件を用いる:

$$2(m+1)\phi_m^* \pm \left[m(m+1) \mp m \frac{1}{\Delta^*} \frac{\partial \Delta^*}{\partial \mu} + \epsilon \Delta^* + \frac{m}{\Delta^* \hat{\sigma}^*} \left(f^* \frac{\partial \Delta^*}{\partial \mu} - \Delta^* \frac{\partial f_1^*}{\partial \mu} \right) \right] \phi_m^* = 0, \quad \text{at } \mu = \pm 1. \quad (14)$$

c. 風の分布

これまでの研究で式 (7)-(9) の固有値と固有モードが図 2 に示される赤道対称の基本的な風の分布の三つの型に対して計算された. 風の分布 A において東西風速が赤道と緯度 60^{circ} の間で緯度方向にほとんど一定であると仮定される. この分布は金星の雲層上端 (高度約 65 もしくは 70 km) 付近での UV 雲追跡から見積もられた風の分布と対応している (Limaye and Suomi 1981, Limaye et al. 1982, 1988, Belton et al. 1991). 分布 B と C では緯度 60° 付近でジェットが存在すると

仮定される。これらの分布は、金星の高度 70 km 付近の伝播掩蔽データからの温度風の見積もり (Walterscheid et al. 1985) のうち比較的弱いジェットの領域と強いジェットの領域に相当する。分布 A-C を通じて角速度が極向きに単調増加する。非発散順圧の場合に対する分布と慣性運動のものも表 1 に示される。

2a 節では Ω が惑星の剛体部分の角速度として定義され、 \bar{u} は $2\Omega a$ で無次元化される。ここで我々は Ω を大気高度における基本的な東西風に渡って平均された角速度と再定義する。つまり Ω は、

$$\int [\Omega a^2 \cos^2 \theta] \cos \theta d\theta \equiv \int [\bar{u}_a a \cos \theta] \cos \theta d\theta, \quad (15)$$

のように再定義される。ここで \bar{u}_a は慣性系から観測される基本的な東西風であり、 $[\Omega a^2 \cos^2 \theta]$ は角速度 Ω をもつ剛体回転によって支持される全角運動量であり、 $[\bar{u}_a a \cos \theta]$ は東西風の全角運動量である。惑星の剛体部分の角速度よりもむしろこの Ω を用いることで基本的な東西風を無次元化することが適切である。

金星とその大気回転は地球のものと反対であるけれども、便利さのために本研究では回転の向きは東向きであると仮定される。

3 結果

a. 風の分布 A の場合

初めに順圧的に慣性的に安定な風の分布 A の場合における不安定問題が試験される。QR 法によって計算された $m = 1$ に対する固有振動数がラムパラメータの関数として図 3 に示される。この場合では東向きと西向きに伝播する重力モードとケルビンモードと混合ロスビーモードが得られる。仮定される東西風の角速度の範囲に相当する振動数 $-0.1 < \sigma_r^* < 0.65$ が埋まっており、連続モードが臨界緯度で特異点をもつことに注意すべきである (例えば Case 1960, Lin 1961, Iga 1999 を見よ)。我々のモデルでは有限の解像度をもつため、これらのモードは図 3 における離散的な水平方向の線を形式をとる。基本的な東西風がない場合に存在するロスビーモードの多くは図 3 におけるこれらの連続的なモードに修正される。

得られたモードのうちほとんどすべては中立であるけれども、連続的なモードが存在する振動数領域ではケルビンモードが不安定化されている。 $m = 1 \sim 4$ に対するこれらの不安定なケルビンモードの成長率がシューティング法によって計算され、図 4 に示される。これらの成長率は $\epsilon^{-0.5} \sim 0.11$ 付近でピークをとり、 $m = 2$

に対して最大成長率が得られる (以後, $m = 1, 2, 3, \dots$ に対する最も速い成長率をそれぞれ A1, A2, A3, ... と呼ぶ).

図 5 に示されるモード A2 の固有ベクトル (u_m, v_m, h_m) は, 連続的なモードのような特徴, つまり臨界緯度 40° 付近での u_m, v_m, h_m の値の急な変化 (図 18 でより見やすい) を除いては, よく知られたケルビンモードと似ている. 基本風の分布が対称的であるために今のモードは赤道に関して対称であるけれども, これらの不安定化されたケルビンモードは Dunkerton (1990) と Winter and Schmitz (1998) で慣性的に安定な基本分布に対して得られた不安定なケルビンモードと同じ種類のものである. (図 5 と 18a に示される特徴は他の m に対しても定性的には同じである.)

振動数空間において連続的なモードを横切して東向きに伝播する重力モードから発生する成長モードもあるが, これらのモードの成長率は A2 のものと比べて非常に小さい. より大きな m に対しては固有モードのうちほとんどすべての振る舞いは $m = 1$ のものとあまり広く異ならないが, 振動数とラムパラメータ空間 (示されていない) において, いくつかの西向き伝播の重力モードは連続的なモードを横切る. ケルビンモードや東向きに伝播する重力モードとは異なり, 連続的なモードが存在する振動数の範囲においてこれらの西向きに伝播する重力モードは不安定化されていない. 4 節では不安定モードが不安定化するメカニズムとともに共鳴理論に基づく理由を与える.

成長モードにおける AM フラックスの方向は金星のスーパーローテーションの維持メカニズムに関して主要な関心事の一つである. 通常, 浅水系において AM フラックスは $(\overline{hu'v'} + \overline{uh'v'}) \cos \theta$ と定義される. けれども, 線形の浅水系が三次元系の水平構造を支配する方程式と解釈されるとき, 鉛直方向に積分された AM フラックスは $\overline{u'v'} \cos \theta$ に比例するように書かれる (付録を見よ). 我々は後者の形式を採用する^{*1}.

この AM フラックスの性質を試験するために, 以下のように四つの項に分解する:

$$\overline{u'v'} \cos \theta = \overline{u'_{\text{rot}}v'_{\text{rot}}} \cos \theta + \overline{u'_{\text{rot}}v'_{\text{div}}} \cos \theta + \overline{u'_{\text{div}}v'_{\text{rot}}} \cos \theta + \overline{u'_{\text{div}}v'_{\text{div}}} \cos \theta.$$

ここで rot と div はそれぞれ速度場の渦度成分と発散成分を示す. これらの成分に対応する運動の模式図が図 6 に示される.

成長モード A2 における AM の南北フラックスと各成分の緯度方向の分布が図 7 に示される. 全 AM フラックスの方向は赤道向きであるとわかる. 全 AM フラッ

^{*1}[原文脚注 1] フラックスのこれら二つの型の形は大きく異なる.

クスと対照的に成分 $\overline{u'_{\text{rot}}v'_{\text{rot}}}\cos\theta$ は正, つまり渦の運動は極向きに AM を輸送する. 一方で, 成分 $\overline{u'_{\text{rot}}v'_{\text{div}}}\cos\theta$ は $\theta < 40^\circ$ で負であり, 赤道向きの AM フラックスへの寄与において最も重要な項である. 発散 (収束) は 3D 系における鉛直運動に対応しているから, これは垂直断面における運動が $\overline{u'_{\text{rot}}v'_{\text{div}}}\cos\theta$ を生成し, 正味赤道向きの AM フラックスへ寄与することを示す.

他の不安定ケルビンモードに対しては AM フラックスの方向とその成分の符号はモード A2 とほとんど似ている.

b. 風の分布 B の場合

緯度 60° 付近でジェットを伴い, 順圧的にも慣性的にも安定な風の分布 B に対しても成長モードが得られる. 不安定問題の結果は A と似ているが, この場合において成長率が増加する. 風の分布 A にあるように, 風の分布 B に対する最大成長モードは $m = 2$ に対する不安定ケルビンモードであり (図 8 における 2s のピーク. B2 と呼ばれる), その成長率 $\sigma_i^* \approx 0.016$ は A のものの約 5 倍大きい. $m = 1$ に対する不安定ケルビンモードの成長率は B1 と呼ばれ, これは B2 のものと大して変わらないが, そのピークの位置はより低い $\epsilon^{-0.5}$ の方へわずかに移動する.

B1 と B2 の固有関数の構造は A のものと似ているが, 南北速度は A のものより大きい (B2 の固有関数が図 9 に示される); A の場合と同様にこの場合でも AM は赤道向きに輸送される.

c. 風の分布 C の場合

B のものよりも強いジェットを伴う風の分布 C は順圧的にも慣性的にも安定ではない.

$m = 0$ に対して, 浅水系は,

$$\frac{\partial^2 V_m^*}{\partial \mu^2} = \frac{\epsilon \Delta^* V_m^*}{(1 - \mu^2)} \quad \text{with} \quad V_m^* \equiv v_m^* \cos \theta$$

となる. ここで V_m^* は $\Delta^* < 0$ の領域で緯度方向に正弦関数であり^{*2}, この領域の外では減衰する (解の一例が図 10 に示される). ϵ の増加とともに緯度方向の波長

^{*2}[原文脚注 2] Dunkerton (1990) は $\Delta^* = 0$ の緯度を “慣性緯度” と定義した.

は減少し, 二つの $\Delta^* = 0$ の緯度へ近づく. $\epsilon \rightarrow \infty$ のとき, 正弦領域は緯度 38.74° に収束し,

$$\sigma_i^* \rightarrow [-(f_1^* \bar{\zeta}^*)_{\min}]^{-1/2} = 0.257,$$

となる. シューティング法によって得られた成長率は上記の解析と整合的であり, $m = 0$ に対するそれらの成長率が図 11 に示される (σ_r^* はゼロである). ノード番号が同じとき, 赤道に関して対称的なモードと非対称的なモードはほとんどこの図において互いに重なっている. これらのモードは低緯度で振幅ゼロであり, 北半球と南半球の系はほとんど互いに依存しない.