熱によって誘導された熱帯循環に対する いくつかの簡単な解

Gill, A. E.

0 要旨

非断熱加熱に対する熱帯大気の応答のもついくつかの基本的な特徴を明らかにするために, 簡単で解析的なモデルが構築された. 特に, 非常に東西方向に非対称性があり, それは有限の範囲をもつ領域に集中した加熱に対する解によって示される. このことは非常に学術的な関心がある. なぜなら実際に加熱が特定の領域に集中する傾向にあるからだ. 例えば, インドネシアの経度で赤道付近に対称的な加熱をもつモデルではケルビン波が領域内に進行することで太平洋上に下層における東向きの流れを生成する. また同じモデルではインド洋上に (しかし比較的小さな領域で) 下層における西向きの流入を生成する. なぜならそこではロスビー波が進行しているからだ. 加熱領域そのものにおいて, 下層の流れが渦度方程式によって必要とされるように, 下層の流れは赤道から離れている. ロスビー波の進行によって赤道にむかって帰ってくる流れはさらに西にあり, よって加熱領域西部の縁上に形成される低緯度帯の周りに強烈な流れが得られる. 赤道の北部に置き換えられた加熱を伴うようなもう一つのモデルに対する解は 6 月のモンスーン循環によく似た流れを生成し, 熱帯収束線に沿って集中する加熱に対する簡単なモデルで得られる解も見つかっている.

1 導入

Halley (1686) によって初めて熱帯循環の理論が考えられた. 彼は熱帯における加熱が空気を ‘あまり重々しくはない’ ものにさせ, よって上昇させることを提唱した. このことは貿易風における赤道側成分を説明した (Halley はそれが上への逆の流れを伴うことを主張した) が, それは東から吹く成分 (?) ではなかった. 後者

について Hadley (1735) によって地軸付近に空気の角運動量を保存するために空気が赤道側に流れる傾向があることを用いて説明された．子午面循環の東西平均した季節的な描像 (Newell *et al.* 1974) は赤道付近で対称的ではないが, 冬半球のほとんど全体において循環のシンク部分があるけれども, Halley によって発見された運動を示す.

けれども, 熱帯循環は決して東西方向に対称的ではない. 特に Bjerknes (1969) は太平洋でのウォーカー循環に着目した．これは赤道面上の循環であり, 西太平洋で空気を温暖帯より上へ上昇させ, 東太平洋の冷たい海の上に運動を下げる．ウォーカー循環の変化は南部振動の重要な特徴であるようだ (Jullian and Chervin 1978).

熱帯における加熱のほとんどが三つの大陸領域, つまりアフリカ, 南アメリカそしてインドネシア領上にあり (例えば Rmage 1968 と Krueger and Winston 1974 の議論を見よ), それぞれの領域の広がりは相対的に小さいようである．それは加熱による結果に対する推測を特定の経度における赤道上や赤道付近に集中する限られた領域にもたらす.

静止大気に加熱を適用させ, その加熱が線形理論を用いるために十分小さいならば, 赤道上に補足された波を用いて応答が形成されうる. 任意の初期時刻において加熱を加えるならば, ケルビン波が情報を東へ高速に運ぶだろうし, それによってある領域に東向きの貿易風を形成し, 貿易風が加熱領域への流入を生成し, それによって熱源領域の上への上昇と東への沈み込みを伴うウォーカー型の循環を生成する．もし散逸仮定が加われば, 熱源から離れたところへ貿易風が段々と減衰し, 定常状態に達することができる. したがってインドネシア上の加熱によるこのモデルにおいて太平洋上の貿易風が形成される.

加えて, 加熱を加えることはインドネシア洋の中へ情報を西へ運ぶロスビー波を生成する．けれども最も速いロスビー波はケルビン波の速度の三分の一で進む. よって, この効果は最大でもケルビン波の三分の一で広がることが予測される．このロスビー波の応答は, インドネシア領域上の加熱の結果として, インド洋の表面での西風を説明する (Lettau 1973). そのような量的な結果は上記の境界上で簡単な数値モデルを作ることが有用であることを示すには十分現実的であり, モデルについては次節にある．モデルは, 加熱に対する応答が水平面内でどのように変化するかを示すために作られる. (応答において東西方向に非対称性をうまく示すような) 限られた領域にある強制を伴う問題に重点が置かれているけれども, 強制に関してより一般的な形式に対してもモデルを適用することができる.

2 モデル

目的は, 可能な限り簡単なモデルを用いて, 任意の加熱擾乱に対する熱帯大気の応答を調べることである．それゆえに小さな擾乱をもつ静止大気に対して**線形**理論を用いることは当然である．つまり, 加熱率は線形理論を適用するに十分小さいことを仮定するだろう．その他の効果は実際重要な役割をうまく果たしているだろうが, ここでは考慮しない．

それゆえに擾乱のない状態は, 高度 z にのみの関数で表されるような特性をもつ静止大気から成る．散逸と強制の過程がないために, 大きな水平スケール (つまり鉛直スケールと比べて大きい) をもつ運動を調べるための有効的な手段は, 解を高度に依存する部分と, 水平方向と時間に依存する部分とに分けることであった．この考え方は, Laplace (1778/9) によって大気中の熱振動に関する議論の中ですでに示唆された．そこで彼はスケールハイトと等価な相当深さをもつ彼の潮汐方程式を満たすようなモードが存在することを効果的に主張した．(これは今, ラムモードと呼ばれる.) Taylor (1936) は, 高度に関する任意の関数で表されるようなゆらぎのない温度をもつ圧縮性の大気に対してどのくらい技術を適用することができるかを示した．詳細については, 例えば Holton (1975) によって議論される．例えば等温大気の場合, 各モードで密度と鉛直変化の積の平方根が高度とともに変化するような連続的なスペクトルと, 鉛直変化はゼロだが圧力擾乱は高度とともに指数関数的に減衰するようなもう一つのモード (ラムモード) の連続的なスペクトルがある．これらの各モードに対して, 水平方向の位置と時間に伴う変化は ’浅水’ 方程式系によって支配されるが, 各モードに対する水の異なる ’相当深さ’ を伴う．

強制問題を扱うための技術は一般的なモードを用いて強制関数を展開することである．例として Lighthill (1969) では海洋学の振動に対してこの方法が適用された．今の問題に相当することは非断熱加熱率を完全系を成す全モードに渡って Fourier 型の積分形として表現することである．解に対して重要な寄与とは, 強制関数のスケールと同じオーダーの鉛直波数の逆数 m^{-1} をもつモードから来ることを予測することである．熱帯大気における非断熱加熱は平均的に 5 km で最大値をとる傾向をもつことから (例えば Hantel and Baader 1978 を見よ), これは m^{-1} に対するそれぞれの値であるとすることができる．回転がないために, そのようなモードに対する波の速度は, 相当深さ約 400 m で, 約 60 ms^{-1} である (N/m で近似的に求められる．ここで N は浮力振動数の平均値であり, このスケールでは圧縮性の効果は小さい)．

ここでは**水平方向における**構造に着目しており, 解は一つのモードに対して飲み決まることから, 上のまとめでは単に釣り合いのとれた今の計算を置くことにして

いる (?). 限られた領域においては強制に対して解がすべてあることから, (大きさは似ているが) 異なる相当深さをもつ異なるモードに対する解は似た構造をもつが, 僅かに異なるスケールを伴う.

同じ浅水方程式系に導く他のアプローチがある. 例えば静止大気に関して小さな擾乱をもつ二層大気モデルは同じ系を与える. このモデルにおいて加熱とは高い温位の流体量を増やすこと, つまり下層から上層へ質量を輸送すること (参考: Gill 1979, Gill *et al* 1979), と等価である. もう一つのアプローチは, 一定の浮力振動数 N と, 高度 $z = D$ で剛体蓋をもつ非圧縮性大気を考えることである. この場合において重要なモードは, 高度とともに $\cos(\pi z/D)$ で変化する圧力擾乱と水平速度成分, $\sin(\pi z/D)$ のように変化する鉛直速度, そして,

$$c = (gH)^{\frac{1}{2}} = ND/\pi, \tag{2.1}$$

で与えられる相当深さ H をもつ. ここで g は重力加速度であり, c は回転のない場合の長波の速度と等しい分離定数 (?) である. もし非断熱加熱が $\sin(\pi z/D)$ で変化するように選ばれるならば, そのとき最も重大なもだけが刺激され, ゆえに一つのモードに対する浅水方程式系は完全な解を示す. このモードを用いるために鉛直構造の絵の表現が必要とされるときに便利である. けれども, 上で示したように解は幅の広い意味をもつことは覚えておくべきである.

今, 熱帯における強制浅水方程式系を解くために問題が縮められた. 運動が熱帯に制限されることから, 赤道 β 平面近似を用いることは便利であり, コリオリパラメータが赤道から北への距離と β の積として近似される. 長さスケールとして赤道ロスビー半径 $(c/2\beta)^{\frac{1}{2}}$ と時間スケール $(2\beta c)^{-\frac{1}{2}}$ を用いて無次元の形式の方程式系を書き下すことも便利である (Gill and Clarke 1974). ここで, 相当深さが 400 m のとき長さスケールは緯度約 10° であり, 時間スケールは一日の約四分の一である. β 平面近似の正当性は, 赤道から極までの 90° の距離と比較してロスビー半径の大きさが小さいことからわかる. 方程式系は以下の形式をもつ (参考: Matsuno 1966):

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}yv = -\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}yu = -\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = Q. \tag{2.4}$$

これらの方程式系において (x, y) は, x が東向き, y が赤道から北へ測られる無次元の距離であり, (u, v) は水平速度に比例し, p は圧力擾乱に比例する. Q は加熱率に比例し, その符号は Q が正 (受動的加熱) の場合, u, v, p の符号は表面でのそ

れらの符号に一致する (?). 方程式系 (2.2) と (2.3) は運動方程式, 一方で (2.4) はこのモデルにおける連続の式であり, 鉛直速度は,

$$w = \frac{\partial p}{\partial t} + Q, \tag{2.5}$$

に比例する. 後者は浮力方程式から導かれる.

定常的な強制に対する応答を調べるために, 散逸過程が幾分か含まれるに違いない. 最も便利な方法はいわゆる 'レイリー摩擦' と 'ニュートン冷却' の形式であり, 演算子 $\partial/\partial t$ を $\partial/\partial t + \epsilon$ に置き換える. 摩擦に対する ϵ と冷却に対する ϵ が同じ時, 数学的に最も簡単であり, よって定常状態における方程式 (2.2) から (2.5) は,

$$\epsilon u - \frac{1}{2}yv = -\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{2.6}$$

$$\epsilon v + \frac{1}{2}yu = -\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{2.7}$$

$$\epsilon p + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -Q, \tag{2.8}$$

$$w = \epsilon p + Q, \tag{2.9}$$

である. このモデルは Matsuno (1966) によって扱われた.

上の方程式系は v に対する一本の方程式, つまり,

$$\epsilon^3 v + \frac{1}{4}\epsilon y^2 v - \epsilon\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \epsilon\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x} = \epsilon\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{1}{2}y\frac{\partial Q}{\partial x}, \tag{2.10}$$

にまとめることができる. (注意: McCreay (1980) は適当な仮定のもとでこの方法をすべての鉛直モードを含めるために拡張した. ϵ を m ゆえに H の関数とすることで鉛直方向の渦の輸送が考慮される.)

今ひとつのさらなる近似がなされるだろう. 強制はオーダー 1 の y 方向のスケールをもつように選ばれ, ϵ は小さいと仮定される. 故に式 (2.10) の初めの項 $\epsilon^3 v$ は無視できる. 次にもし強制が東西波数 k をもつならば,

$$2\epsilon k \ll 1, \tag{2.11}$$

であることを仮定すると, 項 $\epsilon\partial^2 v/\partial x^2$ は項 $\frac{1}{2}\partial v/\partial x$ と比べて小さい. このことが正確であることも仮定されている. つまり, 強制は 2ϵ と比べて大きな東西波数をもつ. ϵ は小さいと仮定されているため, このことは正しい拘束ではない. これらの近似は式 (2.7) 中の項 ϵv を無視することと等しく, 今,

$$\frac{1}{2}yu = \frac{\partial p}{\partial y}, \tag{2.12}$$

となる. つまり, 東向きの流れは圧力勾配と地衡流平衡にある. このことは非定常問題において '長波' 近似を行うことと等価でもある (参考: Gill and Clarke 1974).

]1;4601;0c

3 解の導出方法

三本の方程式 (2.6), (2.8) そして (2.12) を解くために, 始めに p と u を二つの新しい変数 q と r に置き換えることが便利である. これらは,

$$q = p + u, \tag{3.1}$$

$$r = p - u, \tag{3.2}$$

によって定義される (Gill 1975). そのとき式 (2.8) と (2.6) と和と差はそれぞれ,

$$\epsilon q + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{2} y v = -Q, \tag{3.3}$$

$$\epsilon r - \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} y v = -Q, \tag{3.4}$$

に従い, 一方で式 (2.12) は以下の形式で書き換えられる:

$$\frac{\partial q}{\partial y} + \frac{1}{2} y q + \frac{\partial r}{\partial y} - \frac{1}{2} y r = 0. \tag{3.5}$$

式 (3.3), (3.4) そして (3.5) の自由解は放物注関数 $D_n(y)$ (Abramowitz and Stegun 1965, 19 章) の形式をもち, 強制問題の解は, これらの三本の方程式を用いて変数 q, r, v そして Q を展開する, つまり,

$$q = \sum_{n=0}^{\infty} q_n(x) D_n(y), \tag{3.6}$$

などとすることで求まる. これらは以下の特性をもつ:

$$\frac{\mathrm{d}D_n}{\mathrm{d}y} + \frac{1}{2} y D_n = n D_{n-1}, \tag{3.7}$$

$$\frac{\mathrm{d}D_n}{\mathrm{d}y} - \frac{1}{2} y D_n = -D_{n+1}. \tag{3.8}$$

よって, 式 (3.6) のような形式を式 (3.3), (3.4) そして (3.5) に代入することで,

$$\begin{cases} \epsilon q_0 + \frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}x} = -Q_0, \\ \epsilon q_{n+1} + \frac{\mathrm{d}q_{n+1}}{\mathrm{d}x} - v_n = -Q_{n+1}, \qquad n \geq 0, \end{cases} \tag{3.9}$$

$$\epsilon r_{n-1} - \frac{\mathrm{d}r_{n-1}}{\mathrm{d}x} + n v_n = -Q_{n-1}, \qquad n \geq 1, \tag{3.10}$$

$$\begin{cases} q_1 = 0, \\ r_{n-1} = (n+1) q_{n+1}, \qquad n \geq 1, \end{cases} \tag{3.11}$$

が得られる. 以下の節では強制が特に簡単な形式をもつような二つの特別な場合に対して解を求める. 一つ目は, 加熱率 Q が赤道に関して対称的であり,

$$Q(x,y) = F(x) D_0(y) = F(x) \exp\left(-\frac{1}{4} y^2\right), \tag{3.12}$$

の形式をもつ場合である. 二つ目は加熱率が赤道に関して非対称的であり,

$$Q(x,y) = F(x) D_1(y) = F(x) y \exp\left(-\frac{1}{4} y^2\right), \tag{3.13}$$

の形式をもつ場合である. これらの形式の利点は, 応答が最大でもオーダー 3 の放物注関数を含むだけであり, それらは,

$$D_0,\quad D_1,\quad D_2,\quad D_3 = (1,\quad y,\quad y^2-1,\quad y^3-3y) \exp\left(-\frac{1}{4} y^2\right), \tag{3.14}$$

で与えられる. 強制は $x=0$ の近くに局在しており,

$$F(x) = \begin{cases} \cos kx, & |x| < L, \\ 0, & |x| > L, \end{cases} \tag{3.15}$$

の形式をもつことが仮定されるだろう. ここで,

$$k = \pi / 2L, \tag{3.16}$$

である.

4 対称的な強制

ここでは, 加熱率が式 (3.12) で表される場合, つまり, 加熱率が $n=0$ に一致するようなゼロでない係数 Q_0 であり,

$$Q_0 = F(x), \tag{4.1}$$

で与えられる場合を考える．この強制の形式から応答に関して二つの部分がある．最初の部分は q_0 のみを含み, この係数が $n = 0$ のときの式 (3.9) を満たす．この部分は**東向きに**進行しながら弱まっていく**ケルビン波**を表す．波は減衰率 ϵ を伴い単位速度 (?) で動き, よってその上空間的な減衰率 ϵ をもつ．西には情報が運ばれないために解は $x < -L$ でゼロであり, よって式 (3.9) の解は,

$$\begin{cases} (\epsilon^2 + k^2)q_0 = 0, & x < -L, \\ (\epsilon^2 + k^2)q_0 = -\epsilon \cos kx - k[\sin kx + \exp\{-\epsilon(x+L)\}], & |x| < L, \\ (\epsilon^2 + k^2)q_0 = -k\{1 + \exp(-2\epsilon L)\} \exp\{\epsilon(L - x)\}, & x > L, \end{cases} \tag{4.2}$$

で与えられる．

今, この解のケルビン波の部分が似ているものを考えよう．式 (3.1), (3.2), (3.9) そして (2.5) を用いると, この解の部分は以下のように与えられる:

$$\begin{cases} u &= p = \frac{1}{2} q_0(x) \exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \\ v &= 0, \\ w &= \frac{1}{2}\{\epsilon q_0(x) + F(x)\} \exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \end{cases} \tag{4.3}$$

もし強制領域がインドネシア領を表すようにとられるならば, この解は太平洋上の**ウォーカー循環**を表し, 赤道に平行で強制領域の中へ東向きの貿易風を伴い, そこで上昇し, そのとき東向きで上へ流れる．そのとき赤道上に気圧の谷が現れる．気圧は西に向かって減少し, 圧力勾配の低い方へ赤道に沿って流れる．

強制の二つ目の部分は式 (3.9), (3.11) そして (3.10) に $n = 1$ を代入したものと一致し, そのとき,

$$v_1 = \frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}x} + \epsilon q_2, \tag{4.4}$$

$$r_0 = 2q_2, \tag{4.5}$$

$$\frac{\mathrm{d}q_2}{\mathrm{d}x} - 3\epsilon q_2 = Q_0, \tag{4.6}$$

を得る．これは 1/3 の速度で**西に**進行する $n = 1$ の**ロスビー長波**に一致し, よって 3ϵ の空間的な減衰率を与える．東には情報が運ばれないように, 式 (4.6) の解は,

$$\begin{cases} \{(2n+1)^2\epsilon^2 + k^2\}q_{n+1} = -k[1 + \exp\{-2(2n+1)\epsilon L\}] \exp\{(2n+1)\epsilon(x+L)\}, & x < -L, \\ \{(2n+1)^2\epsilon^2 + k^2\}q_{n+1} = -(2n+1)\epsilon \cos kx + k[\sin kx - \exp\{(2n+1)\epsilon(x-L)\}], & |x| < L, \\ \{(2n+1)^2\epsilon^2 + k^2\}q_{n+1} = 0, & x > L, \end{cases} \tag{4.7}$$

で $n = 1$ とすることで与えられる.

式 (3.1), (3.2), (4.4), (4.5), (2.5) そして (3.14) から圧力と速度の各成分に対する詳細な解が導かれる:

$$\begin{cases} p &= \frac{1}{2}q_2(x)(1+y^2)\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \\ u &= \frac{1}{2}q_2(x)(y^2-3)\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \\ v &= \{F(x)+4\epsilon q_2(x)\}y\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \\ w &= \frac{1}{2}\{F(x)+\epsilon q_2(x)(1+y^2)\}\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right). \end{cases} \tag{4.8}$$

この解の性質を考よう. 強制領域の西に位置する領域 $x < -L$ から始める. ここで, q_2 は負であり, よって下層において,

$$\int_{-\infty}^{\infty} u\mathrm{d}y = -\pi^{\frac{1}{2}}q_2(x), \tag{4.9}$$

で与えられる正味東向きの流れがある. 風は赤道に沿って西向きであり, 比較的高緯度では東向きの成分が弱く, $y = \sqrt{3}$ でゼロとなる. 空気は全領域を通じて下降し, 赤道方向を向き, 赤道に沿って低気圧の谷がある. 東に行くにしたがって気圧は減少し, 圧力勾配の低いほうへ赤道に沿って流れる.

今, 強制領域 $|x| < L$ にある流れを考えているままであり, それには部分 (4.3) と (4.8) からの寄与を足し上げることを必要とする. p と u の場は予測より大きいが, 南北速度は幾分驚くべき特徴を示す. この特徴は, 式 (4.8) が,

$$(v, w) = (y, 1)F(x)\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \tag{4.10}$$

を与える[*1] とき $\epsilon \to 0$ の極限において最も著しい. したがって加熱領域における流れは上向きであるが, 熱源から**離れており**, 熱源の方を向いていない. その解説は, 式 (2.6) と (2.7) の回転をとることで得られる渦度方程式から来る. これにより $\epsilon \to 0$ の極限において,

$$y\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + v = 0, \tag{4.12}$$

を与える. つまり, 発散が 'βv' の項とバランスしている. よって $\epsilon = 0$ のときの式 (2.8) を用いて,

$$v = yQ, \tag{4.13}$$

[*1]

$$(v, w) = (y, 1/2)F(x)\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \tag{4.11}$$

じゃないの?

と書き換える. これは海洋学におけるスベルドラップ方程式と等価である. (これは, 式 (2.8) に $u = 0$ を代入することで得られるものと符号が反対であることに注意せよ.)

今, 以下のように簡単に解説できる. $\epsilon \to 0$ の極限において加熱は式 (2.9) によって上向きの運動を引き起こす. この上向きの運動が下層の渦線を引き伸ばし, よってそれらの (正の強い (?)) 絶対渦度を増加させる. けれども, $\epsilon = 0$ の極限において粒子は, それらの渦度と周囲の渦度が同じになるところの緯度に変化することでこのことを達成するに違いない. (式 (4.14) つまり極方向への移動によってこのことが必要とされる.) したがって加熱が下層における極方向の運動と, 上に赤道方向の運動を引き起こす. もし ϵ がゼロでない値となることが許されるならば, 回転の制約はそれほど強くなく, したがって極方向の運動を引き起こす加熱は, 範囲内で小さくなるが, 式 (4.7) と (4.8) は v が $x = L$ 付近で常に正であることを示す.

強制領域での上記の '特性' にも関わらず, 東西方向に積分した流れは, 赤道で対称的な二つのハドレーセルの形式を予測した. 式 (3.9), (4.4), (4.5) そして (4.6) を直接積分することで積分した流れを最も簡単に得ることができ, それは,

$$\int_{-\infty}^{\infty}(q_0, q_2, r_0, v_1)\mathrm{d}x = \left(-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{\epsilon}{3}\right) I/\epsilon, \tag{4.14}$$

である. ここで,

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} Q_0 \mathrm{d}x = \int_{-L}^{L} F\mathrm{d}x = 2/k = 4L/\pi, \tag{4.15}$$

である. 式 (3.1), (3.2), (2.9), (3.6) そして (3.14) から積分した圧力場と速度場が得られ, それは,

$$\int_{-\infty}^{\infty}(p, u, v, w)\mathrm{d}x = \left(-\frac{4+y^2}{6\epsilon}, \frac{-y^2}{6\epsilon}, \frac{-y}{3}, \frac{2-y^2}{6}\right) I \exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right), \tag{4.16}$$

である.

したがって, 赤道上に気圧の谷, 赤道の一方で東向きのジェット, そして予測されたハドレー循環がある. これらは図 1 に示されており, ここでは利便性のために剛体蓋に関連する鉛直構造を用いている. 図 1 (b) で得られた水平方向のパターンは, x 軸上で周期的な強制をもつため Matuno (1966) で得られた解と幾分かの類似性を示す. けれども, 今の例では東西の非対称性が非常に明らかに見られる.

以下の積分を用いることで流れの南北積分を計算することも興味深い:

$$\int -\infty^{\infty}(1, y, y^2)\exp\left(-\frac{1}{4}y^2\right)\mathrm{d}y = (2, 0, 4)\pi^{\frac{1}{2}}. \tag{4.17}$$

そのとき式 (4.3) と (4.8) を積分することで,

$$
\begin{aligned}
\int -\infty^{\infty} p \mathrm{d}y &= \{q_0(x) + 3q_2(x)\}\pi^{\frac{1}{2}}, \\
\int -\infty^{\infty} u \mathrm{d}y &= \{q_0(x) - q_2(x)\}\pi^{\frac{1}{2}}, \\
\int -\infty^{\infty} w \mathrm{d}y &= \{\epsilon q_0(x) + 2\epsilon q_2(x) + 2F(x)\}\pi^{\frac{1}{2}},
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

を得る. この解も図 1 に示されており, 表面付近で強制領域内 (ここで, 気圧の谷がある) への流入と, 上への流出を示す. 強制領域の東部の東向きの広がりは西部の西向きの広がりよりも広がっているが, これは $n = 1$ の惑星長波よりもケルビン波の速度が 3 倍速いためである. ‘ウォーカー’ セルの循環は各ハドレーセルの約 5 倍ある.

$\epsilon = 0.1$, $L = 2$ の場合に対する下側の対流圏における流れのパターンが図 1 に示されており, すでに上で推測された一般的な特徴を示す. 強制領域の東部にはケルビン波とウォーカー循環に関係する東向きの流れがある. 局所的な強制がないために, これらの風は赤道と平行で, 加熱領域の西に向かって吹く (?). 風は地衡流平衡下にあり, よって赤道に沿って気圧の谷がある. また, 赤道に沿う流れは圧力勾配が下がる方へ直接的に走る.

強制領域の西にある惑星波領域は, 低速度のためにケルビン波領域の三分の一しかない. 加熱領域への流入を与える赤道上の西向きの流れは地衡流平衡下にあり, よって赤道上に相対的なリッジがある. 同時に, 流れは赤道に向かって収束する.

加熱領域 $|x| < 2$ では, 渦度方程式 (通常 $\beta v = f\partial w/\partial z$ と書かれる) に従って下層において極方向の流れがある. 加熱に伴う上昇運動のために項 $\partial w/\partial z$ は正である. 回帰流が西の遠くに位置するが, これは惑星波がそのように進むからに関係しており, よって熱帯低気圧が強制領域の西側の側面見つかる.